

Heat Transfer

0.1 相似特征数

- Bi 毕渥数 $\frac{h\delta}{\lambda}$: 固体导热热阻与表面换热热阻之比（越大代表对流换热程度越深）
- Fo 傅里叶数 $\frac{\tau a}{l^2}$: 热扩散时间与特征时间之比（越大代表越接近终态）
- Ga 伽利略数 $\frac{gL^3}{\nu^2}$: 重力与黏性力之比
- Gr 格拉晓夫数 $\frac{g\beta\Delta T L^3}{\nu^2}$: 浮力与黏性力之比（越大代表有限空间自然对流越强）
- j 因子 $\frac{Nu}{RePr^{\frac{1}{3}}}$: 量纲为 1 的表面传热系数（常用于制冷）
- Ja 雅各布数 $\frac{c_p \Delta T}{r}$: 相变时显热与潜热之比（越大表示液膜过冷度越大）
- Kn 克努森数 $\frac{\lambda_f}{l}$: 平均自由程与特征长度之比（越大代表越真空）
- Le 刘易斯数 $\frac{a}{D}$: 热扩散系数与浓度扩散系数之比
- Nu 努塞尔数 $\frac{hl}{\lambda}$: 对流换热系数与导热系数之比（越大代表（强迫）对流越强）
- Pe 佩克莱数 $Pr Re$: 和 Re 热类比，表征热湍流
- Pr 普朗特数 $\frac{\nu}{a}$: 动力学黏度与热扩散系数之比（或流动边界层与热边界层厚度之比）（越大代表动量扩散较热扩散更快，流动边界层厚度越大）
- Ra 瑞利数 $\frac{g\beta\Delta T L^3}{\nu a}$: 浮力与热扩散、动量扩散乘积之比（越大代表大空间自然对流越强）
- Re 雷诺数 $\frac{ul}{\nu}$: 惯性力与黏性力之比（越大表示湍流程度越强）
- Sc 施密特数 $\frac{\nu}{D}$: 动量扩散能力与浓度扩散能力之比
- Sh 舍伍德数 $\frac{h_m l}{D}$: 和 Nu 浓度类比，表征浓度对流大小
- St 斯坦顿数 $\frac{Nu}{RePr}$: 修正 Nu ，量纲为 1 的表面传热系数

0.2 定性温度

- 外掠平板/圆管

$$t_m = \frac{t_f + t_w}{2} \quad (1)$$

- 管内强制对流

- 进出口温度不同

$$t_m = \frac{t_i + t_o}{2} \quad (2)$$

- 等温，考察壁面传热

$$t_m = \frac{t_f + t_w}{2} \quad (3)$$

- 相变传热

- ▶ 潜热使用饱和温度 t_s
- ▶ 其他：

$$t_m = \frac{t_s + t_w}{2} \quad (4)$$

1 换热基本方式

1.1 热传导(Conduction)

- 直接接触的物体，温度不同的部分中依靠分子、原子、自由电子等微粒热运动而进行的热量传递现象
- Fourier 定律

$$\Phi = -\lambda A \frac{dt}{dx} \quad (5)$$

$$q = \frac{\Phi}{A} = -\lambda \frac{dt}{dx} \quad (6)$$

- ▶ 热流量 Φ
- ▶ 热流密度 q
- ▶ 导热面积 A
- ▶ 导热系数 $\lambda [W/m \cdot K]$
- 一维稳态导热

$$q \int_0^\delta dx = -\lambda \int_0^t dt \quad (7)$$

$$\Rightarrow q = -\frac{t}{\delta/\lambda} \quad (8)$$

- ▶ 导热热阻 $R_\lambda = \delta/A\lambda$
- ▶ 单位导热热阻 $R_\lambda = \delta/\lambda$

1.2 热对流(Convection)

- 流体中温度不同的各部分，由于发生相对宏观运动而传递热量的现象
- 对流换热
 - ▶ 无相变：强迫对流、自然对流
 - ▶ 有相变：沸腾换热、凝结换热
 - ▶ 特点：
 - 导热&对流同时存在
 - 须有直接接触和相对运动及温度差
- 牛顿冷却公式

$$\Phi = hA(t_w - t_\infty) \quad (9)$$

$$q = \frac{\Phi}{A} = h(t_w - t_\infty) \quad (10)$$

- ▶ 热流量 Φ
- ▶ 热流密度 q
- ▶ 壁面面积 A
- ▶ 壁面温度 t_w , 流体温度 $t_f \sim t_\infty$

- 表面(对流)传热系数 $h[W/(m^2 \cdot K)]$
- 单位对流换热热阻 $r_h = 1/h$
- 对流换热热阻 $R_h = 1/(hA)$

1.3 热辐射

• 有热运动产生的，以电磁波形式传递能量的现象

• 特点：

- 高于0K即可发生
- 可在真空中传播
- 伴随能量形式转变
- 具有强烈方向性
- 辐射能与温度和波长均有关
- 发射辐射取决于温度的四次方

• 辐射换热 Stefan-Boltzmann Law:

$$\Phi = \varepsilon A \sigma (T_1^4 - T_2^4) \quad (11)$$

$$q = \varepsilon \sigma (T_1^4 - T_2^4) \quad (12)$$

- 热流量 Φ
- 热流密度 q
- 黑体辐射表面面积 A
- T_1, T_2 , 辐射发射和接收方温度
- 斯忒藩修正系数（发射率） ε , 也叫黑度, 即绝对黑体 $\varepsilon = 1$
- 斯忒藩-玻尔兹曼常量 σ
- 单位辐射换热热阻 $r_{rad} = 1/(\varepsilon \sigma (T_1^2 + T_2^2)(T_1 + T_2))$
- 辐射换热热阻 $R_{rad} = 1/(\varepsilon A \sigma (T_1^2 + T_2^2)(T_1 + T_2))$

1.4 传热与传热系数

• 传热：壁面一侧的流体通过壁面将热量传递到另一侧流体内的过程

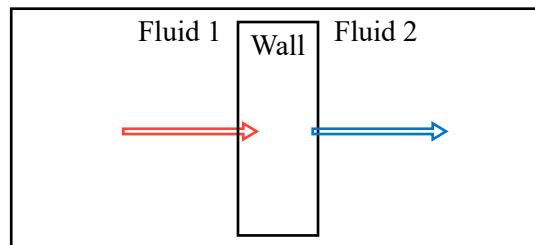


图 1: 传热的定义

$$\begin{aligned} \Phi &= \frac{A(t_{f1} - t_{f2})}{R_{h1} + R_\lambda + R_{h2}} = \frac{A(t_{f1} - t_{f2})}{\frac{1}{h_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{h_2}} \\ &= Ak(t_{f1} - t_{f2}) \end{aligned} \quad (13)$$

• $k[W/m^2 \cdot K]$ 传热系数

2 导热理论与稳态导热计算

• 等温线、等温面

• 导热基本定律(Fourier's law):

$$\vec{q} = -\lambda \nabla T \quad \text{or} \quad \vec{q} = -\bar{\lambda} \cdot \nabla T \quad (14)$$

$$\lambda_{\text{金属}} > \lambda_{\text{非金属}}, \lambda_s > \lambda_l > \lambda_g \quad (15)$$

• 气体热导率

- 气体分子运动理论：常温常压下气体热导率为：

$$\lambda = \frac{1}{3} \bar{u} \rho l c_v \quad (16)$$

其中 l 为气体分子两次碰撞间平均自由程 \bar{u} 为气体分子运动的均方根速度

$T \uparrow \Rightarrow \lambda \uparrow$, 随 p 变化不明显

• 液体热导率

- 主要靠晶格振动导热
- 大多数液体 $T \uparrow \Rightarrow \rho \downarrow \Rightarrow \lambda \downarrow$
- $p \uparrow \Rightarrow \lambda \uparrow$

• 固体热导率

- 纯金属：依靠自由电子的迁移和晶格的振动（主要为前者） $T \uparrow \Rightarrow \lambda \downarrow$
- 合金：依靠自由电子的迁移和晶格的振动（主要为后者） $T \uparrow \Rightarrow \lambda \uparrow$
- 非金属：依靠晶格振动导热 $T \uparrow \Rightarrow \lambda \uparrow \rho \downarrow$, 湿度 $\downarrow \Rightarrow \lambda \uparrow$

• 导热微分方程：

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + q_v \quad (17)$$

定常条件下：

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c} \Delta^2 T + \frac{q_v}{\rho c} = a \Delta^2 T + \frac{q_v}{\rho c} \quad (18)$$

$a [m^2/s]$ 热扩散率（导温系数）(Thermal diffusivity)

$$a = \frac{\lambda}{\rho c} \quad (19)$$

• 非傅里叶导热过程

- 极短时间内极大热流密度的导热
- 极低温度下的导热

• 边界条件

- 第一类边界条件

已知导热体边界上的温度值

$$T \Big|_s = T_w \quad (20)$$

- 第二类边界条件

已知导热体边界上热流密度的分布及变化规律【接触导热边界条件】

$$q \Big|_s = q_w = -\lambda \frac{dT}{dn} \Big|_n = f(\vec{r}, t) \quad (21)$$

• 第三类边界条件

已知导热体边界上周围流体的温度以及表面传热系数【对流导热边界条件】

$$q\Big|_s = q_w = -\lambda \frac{dT}{dn}\Big|_w = h(T_w - T_0) \quad (22)$$

• 热阻分析

适用于一维、稳态、无内热源的情况

1. 平板

$$q = \frac{T_{f1} - T_{f2}}{\frac{1}{h_1} + \sum \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{h_2}} \quad (23)$$

2. 圆筒

$$q_l = \frac{T_{f1} - T_{f2}}{\frac{1}{h_1 \pi d_1} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2\pi\lambda} \ln\left(\frac{d_{i+1}}{d_i}\right) + \frac{1}{h_2 \pi d_{n+1}}} \quad (24)$$

4. 变面积或变导热系数

$$\Phi = -\lambda(T) A(x) \frac{dT}{dx} \quad (25)$$

$$\Phi = -\frac{\bar{\lambda}(T_1 - T_2)}{\int_1^2 \frac{dx}{A(x)}} \quad (26)$$

5. 肋片传热

$$\Phi = \frac{T_{f1} - T_{f2}}{\frac{1}{h_1 A} + \frac{\delta}{\lambda A} + \frac{1}{h_2 A}} \quad (27)$$

增大传热量 \Leftrightarrow 减小热阻

- 导热热阻可忽略
- 增大对流导热系数 h_1, h_2
- 增大传热面积

1. 等截面直肋

$$\Phi_x = \Phi_{x+dx} + \Phi_{dx} \text{ (Energy Conservation)}$$

$$\Phi_x = -\lambda A_c \frac{dT}{dx} \text{ (Fourier law)} \quad (28)$$

$$\Phi_{x+dx} = \Phi_x + \frac{d\Phi_x}{dx} dx = \Phi_x - \lambda A_c \frac{d^2 T}{dx^2} dx \quad (29)$$

$$\Phi_{dx} = h(Pdx)(T - T_\infty) \text{ (Fourier cooling formula)} \quad (30)$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 T}{dx^2} - \frac{hP}{\lambda A_c} (T - T_\infty) \quad (31)$$

引入过余温度 $\theta = T - T_\infty$ 则有

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} = m^2\theta \quad (32)$$

边界条件:

$$\text{B.C.} = \begin{cases} x = 0, \theta = \theta_0 = T_0 - T_\infty \\ x = H, \frac{d\theta}{dx} = 0 \text{(忽略肋端散热)} \end{cases} \quad (33)$$

解得:

$$\theta = \theta_0 \frac{\cosh(m(H-x))}{\cosh(mH)} \quad (34)$$

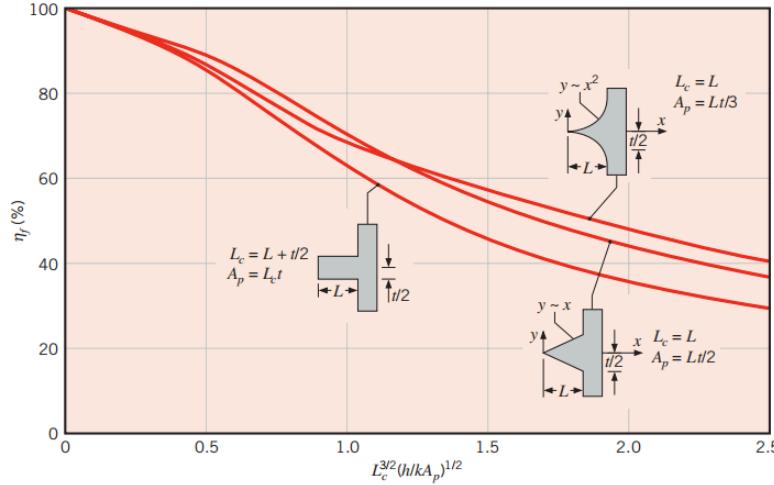
肋片效率

$$\eta_f = \frac{\Phi}{\Phi_0} \left(\Phi_0 \text{为假设整个肋表面处于肋基温度下的散热量} \right) = \frac{\tanh(mH)}{mH} \quad (35)$$

肋片效率曲线

$$\eta_f \sim \left(\frac{h}{\lambda A_L} \right)^{\frac{1}{2}} (H)^{\frac{3}{2}} \quad (36)$$

即 η_f 随右式增大而减小



肋片散热总效率

$$\eta_o = \frac{A_r + \eta_f A_f}{A_r + A_f} \quad (37)$$

2. 环肋及三角形界面直肋

3. 通过接触面的导热

点接触/部分接触带来额外热阻

$$r = \frac{\delta_A}{\lambda_A} + r_c + \frac{\delta_B}{\lambda_B} \quad (38)$$

影响因素：

- 固体表面粗糙度
- 接触表面硬度匹配
- 接触面上挤压压力
- 空隙中的介质性质

3 非稳态导热

3.1 概念

- 定义

$$T = f(\vec{r}, t) \quad (39)$$

- 分类

- 周期性非稳态导热
- 瞬态非稳态导热

- 温度分布

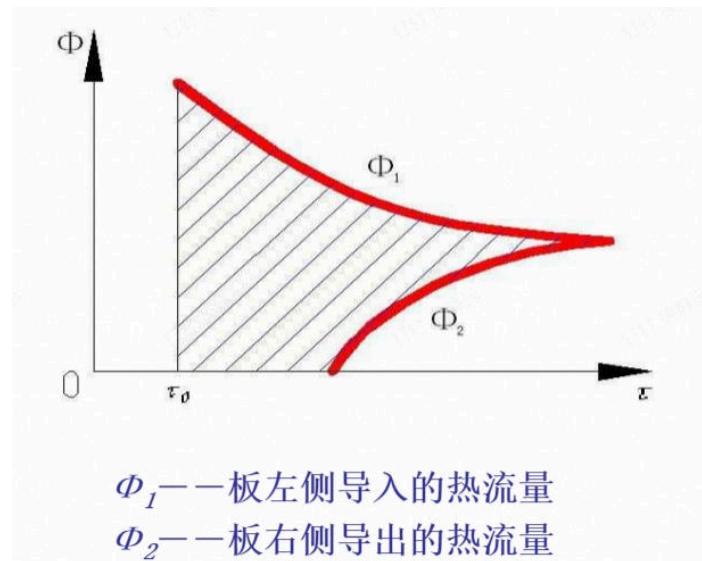
时域和场域共同决定

- 不同阶段

- 非正规阶段（温度分布主要受初始温度控制）
- 正规阶段（温度分布主要取决于边界条件及物性）

导热阶段： 非正规 → 正规 → 新稳态

- 热量变化



如上述固体导热，经过一段时间后，进出口导热才相等

- 非稳态导热的导热微分方程

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \dot{\Phi} \quad (40)$$

求解方法：

- 分析解法：

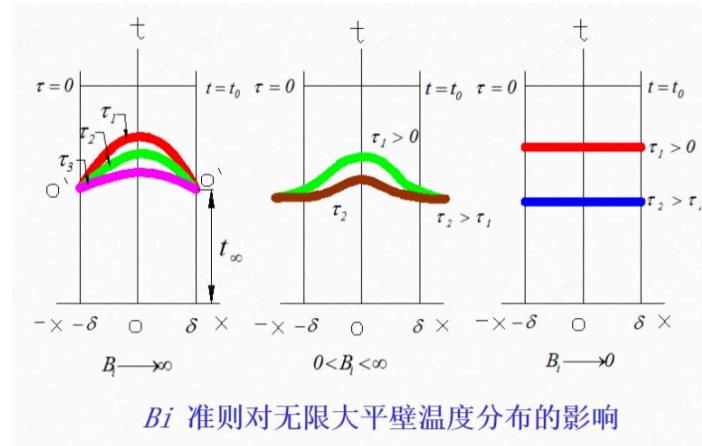
- 分离变量法

- 积分变换
- 拉普拉斯变化
- 近似分析法：
 - 集总参数法
 - 积分法
- 数值解法：
 - 有限差分法
 - 蒙特卡洛法
 - 有限元法
 - 分子动力学模拟
- 毕渥数

$$Bi = \frac{\text{导热热阻}}{\text{对流换热热阻}} = \frac{r_\lambda}{r_h} = \frac{\delta/\lambda}{1/h} = \frac{\delta h}{\lambda} \quad (41)$$

Bi 毕渥准则：

$$\begin{cases} Bi \rightarrow \infty, \Rightarrow r_\lambda \gg r_h (\text{忽略对流换热热阻}) \\ Bi \rightarrow 0, \Rightarrow r_\lambda \ll r_h (\text{忽略导热热阻}) \end{cases} \quad (42)$$



3.2 集总参数法简化分析（零维非稳态导热分析）

- 定义：忽略物体内部导热热阻 $Bi \rightarrow 0$ ，温度分布 $T = f(t)$ ，即零维问题

$$hA(T - T_\infty) = -\rho V c \frac{dT}{dt} \quad (43)$$

$$T \Big|_{t=0} = T_0 \quad (44)$$

过余温度表示：

$$\begin{cases} hA\theta = -\rho V c \frac{d\theta}{dt} \\ \theta \Big|_{t=0} = \theta_0 \end{cases} \quad (45)$$

$$\begin{aligned}
 \frac{d\theta}{\theta} &= -\frac{hA}{\rho V c} dt \\
 \Rightarrow \ln \frac{\theta}{\theta_0} &= -\frac{hA}{\rho V c} t \\
 \Rightarrow \frac{\theta}{\theta_0} &= \frac{T - T_\infty}{T_0 - T_\infty} = e^{-\frac{hA}{\rho V c} t} \\
 \Rightarrow \frac{\theta}{\theta_0} &= e^{-Bi_v Fo_v} = e^{-\frac{t}{\tau_c}}
 \end{aligned} \tag{46}$$

其中

$$\frac{hA}{\rho V c} t = \frac{hV}{\lambda A} \cdot \frac{\lambda A^2}{V^2 \rho c} t = \frac{h(V/A)}{\lambda} \cdot \frac{at}{(V/A)^2} = Bi_v Fo_v \tag{47}$$

$$Bi_v = \frac{h(V/A)}{\lambda} \tag{48}$$

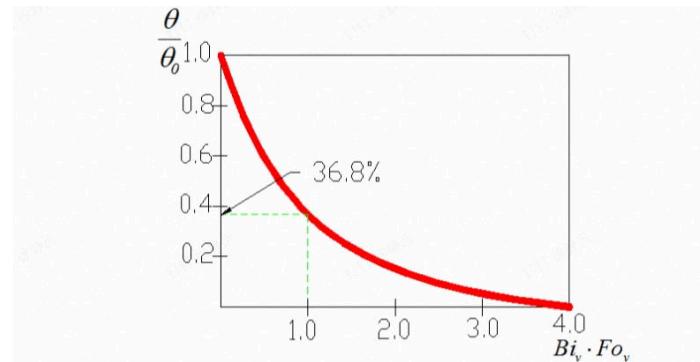
$$Fo_v = \frac{at}{(V/A)^2} \tag{49}$$

傅里叶数 Fo_v 定义：

$$Fo = \frac{\text{换热时间}}{\text{边界热扰动扩散到 } l^2 \text{ 面积上所需要的时间}} = \frac{t}{l^2/a} \tag{50}$$

描述热扰动传播至物体内部深入情况（即物体各点温度接近周围介质温度的情况）

τ_c 为时间常数，描述导热的温度变化速度（温度响应）



应用集总参数法时，物体过余温度的变化曲线

- 瞬态热流：

$$\Phi(t) = hA(T(t) - T_\infty) = hA\theta = hA\theta_0 e^{-\frac{t}{\tau_c}} \tag{51}$$

总热量

$$Q_r = \int_0^t \Phi(\tau) d\tau = \rho V c \theta_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_c}} \right) \tag{52}$$

- 集总参数法判据

$$\frac{|\theta - \theta_0|}{\theta_0} < 5\% \Leftrightarrow Bi_v < 0.1M$$

对厚为 2δ 的无限大平板	$M=1$	$\frac{V}{A} = \frac{A\delta}{A} = \delta$	$B_{iv} = B_i$
对半径为 R 的无限长圆柱	$M=\frac{1}{2}$	$\frac{V}{A} = \frac{\pi R^2 \rho}{2\pi R \rho} = \frac{R}{2}$	$B_{iv} = \frac{B_i}{2}$
对半径为 R 的球	$M=\frac{1}{3}$	$\frac{V}{A} = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{4\pi R^2} = \frac{R}{3}$	$B_{iv} = \frac{B_i}{3}$

3.3 一维非稳态导热的分析解

无限大平板半块平壁微分方程：

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad (0 < x < \delta, t > 0) \\ I.C. : T \Big|_{t=0} = T_0 \\ B.C. : \begin{cases} \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0 \\ -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=\delta} = h(T - T_\infty) \end{cases} \end{array} \right. \quad (53)$$

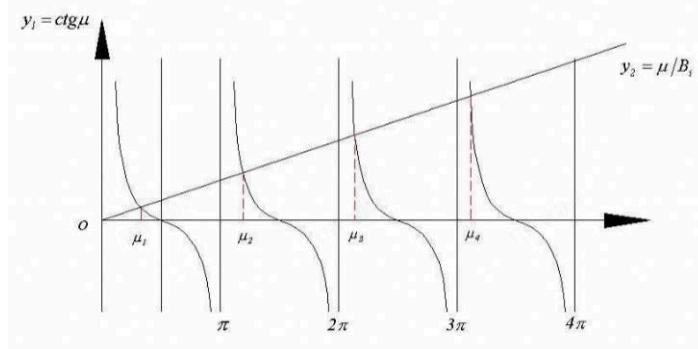
过余温度表示：

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \theta}{\partial t} = a \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}, \quad (0 < x < \delta, t > 0) \\ I.C. : \theta \Big|_{t=0} = \theta_0 \\ B.C. : \begin{cases} \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0 \\ -\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=\delta} = h\theta \end{cases} \end{array} \right. \quad (54)$$

分析解：

$$\begin{aligned}
 \frac{\theta(x, t)}{\theta_0} &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \sin(\beta_n \delta) \cos(\beta_n x)}{\beta_n \delta + \sin(\beta_n \delta) \cos(\beta_n \delta)} e^{-\beta_n^2 a t} \\
 &\quad \text{令 } \mu_n = \beta_n \delta \\
 \frac{\theta(x, t)}{\theta_0} &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \sin(\mu_n)}{\mu_n + \sin(\mu_n) \cos(\mu_n)} \cos\left(\mu_n \frac{x}{\delta}\right) e^{-\mu_n^2 \frac{a t}{\delta^2}} \\
 \frac{\theta(x, t)}{\theta_0} &= f\left(Bi, Fo, \frac{x}{\delta}\right)
 \end{aligned} \tag{55}$$

毕渥准则数表示: $\operatorname{ctg} \mu_n = \frac{\mu_n}{h \delta / \lambda} = \frac{\mu_n}{Bi}$



3.3.1 正规状况简化

无限大平板 $Fo = \frac{a t}{\delta^2}$ $Fo \geq 0.2$, 则取解为级数的首项 (误差小于 1%)

$$\frac{\theta(x, t)}{\theta_0} = \frac{2 \sin(\mu_1)}{\mu_1 + \sin(\mu_1) \cos(\mu_1)} \cos\left(\mu_1 \frac{x}{\delta}\right) e^{-\mu_1^2 F o} \tag{56}$$

$$\frac{\theta(x, t)}{\theta(0, t)} = \cos\left(\mu_1 \frac{x}{\delta}\right) \tag{57}$$

$$\frac{Q}{Q_0} = \frac{\rho c \int_V [T(x, 0) - T(x, t)] dV}{\rho c V (T(x, 0) - T(x, \infty))} = 1 - \frac{1}{V} \frac{\int_V T(x, t) - T(x, \infty)}{T(x, 0) - T(x, \infty)} = 1 - \frac{\bar{\theta}}{\theta_0} \tag{58}$$

对无限大平板, 长圆柱体及球:

$\frac{\theta}{\theta_0}$ 及 $\bar{\theta}$ 可用一通式表达

$$\begin{aligned}
 \frac{\theta}{\theta_0} &= A \exp(-\mu_1^2 F_o) f(\mu_1 y) \\
 \bar{\theta} &= \theta_0 A \exp(-\mu_1^2 F_o) B_i
 \end{aligned}$$

此处

无限大平板	$y = \frac{x}{\delta}$	$B_i = \frac{h \delta}{\lambda}$	$F_o = \frac{az}{\delta^2}$
长圆柱体及球	$y = \frac{x}{R}$	$B_i = \frac{h R}{\lambda}$	$F_o = \frac{az}{R^2}$

- 拟合公式

$$\begin{aligned}
 \mu_i^2 &= (a + \frac{b}{B_i})^{-1} \\
 A &= a + b(1 - e^{-cBi}) \\
 B &= \frac{a + cB_i}{1 + bB_i} \\
 J_0(x) &= a + b'x + c'x^2 + d'x^3
 \end{aligned}$$

• 线算图法

—— 诺谟图 适用于 $Fo > 0.2$ 及较大 Bi (即第一类或第三类边界条件加热冷却过程)

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{\theta}{\theta_m} \cdot \frac{\theta_m}{\theta_0} \quad (59)$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\theta}{\theta_m} &= f(Bi, \frac{x}{\delta}) \\
 \frac{\theta_m}{\theta_0} &= f(Fo, Bi)
 \end{aligned} \quad (60)$$

3.4 二维及三维非稳态导热

3.5 半无限大物体

4 导热问题的数值解法

导热三种基本方法：

- 理论分析法
- 数值计算法
- 实验法

数值解法：

- 有限差分法 (Finite-difference)
- 有限元法 (finite-element)
- 边界元法 (boundary-element)
- 分子动力学模拟 (MD)

4.1 建立节点

4.2 建立离散方程

- Taylor 级数展开

$$T_{m+1} = T_m + \frac{\partial T}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \frac{(\Delta x)^2}{2!} + \dots$$

$$T_{m-1} = T_m - \frac{\partial T}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \frac{(\Delta x)^2}{2!} - \dots$$

↓保留前两阶小项

$$T_{m+1} + T_{m-1} - 2T_m = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \frac{(\Delta x)^2}{2!}$$

$$T_{m+1} - T_{m-1} = 2 \frac{\partial T}{\partial x} \Delta x$$

即可得到一阶导数及二阶导数的离散差分表达式

- 多项式拟合
- 控制容积积分
- 控制容积平衡（热平衡）

$$\Phi_r = \Phi_v + \Phi_i - \Phi_o$$

收敛准则一般采用线性收敛准则

$$|T^{(i+1)} - T^{(i)}| \leq \varepsilon \quad (61)$$

5 对流传热

5.1 理论基础

- 定义：流体流经固体时流体与固体表面之间的热量传递现象（导热+热对流）
- 实例：暖气管道；电子器件冷却；电风扇

5.1.1 特点：

- 导热与热对流同时存在的复杂热传递过程
- 需有流体避免直接接触、温差及宏观运动
- 流体紧贴壁面处存在速度梯度很大的边界层（及温度边界层）

5.1.2 基本计算式：

- 牛顿冷却公式

$$\Phi = hA(T_w - T_\infty) \quad (62)$$

$$\varphi = h(T_w - T_\infty) \quad (63)$$

- 表面传热系数

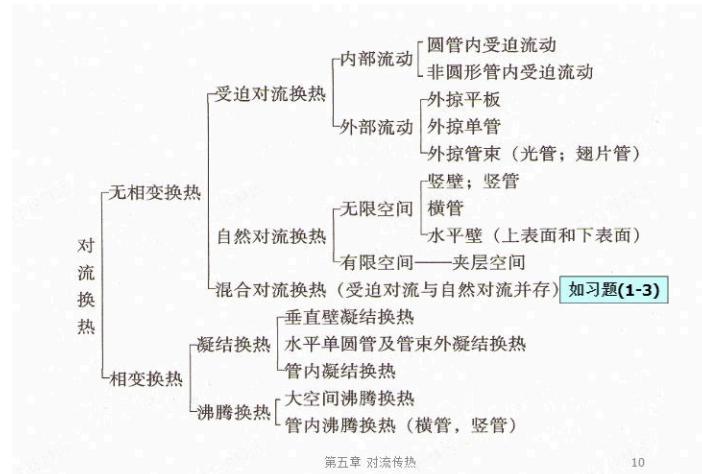
$$h = \frac{\Phi}{A(T_w - T_\infty)} \quad (64)$$

- 研究对流传热方法
 - 分析法
 - 实验法
 - 比拟法
 - 数值法：

5.1.3 对流传热分类及影响因素

- 流动起因：
 - 自然对流（Natural/Free Convection）：流体因各部分温度不同而引起的密度差异所产生的流动 h_n
 - 强迫对流（Forced Convection）：由外力作用所产生的流动 h_f
 - $h_f > h_n$
- 流动状态：
 - 层流（Laminar）：整个流场呈一簇互相平行的流线 h_{lami}
 - 湍流（Turbulence）：流体质点做复杂无规则的运动 h_{turb}
- 流动有无相变：
 - 单相换热（Single phase heat transfer）：
 - 相变换热（Phase change heat transfer）：凝结、沸腾、升华、凝固、熔化
- 换热表面的几何因素：

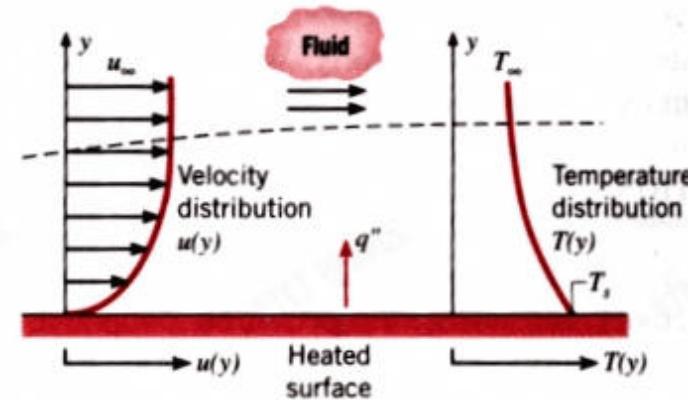
- 内部流动：管内或槽内
- 外部流动：外掠平板、圆管、管束
- 流体的热物理性质：
 - 热导率 $\lambda, \lambda \uparrow \Rightarrow h \uparrow$ (Less interface heat conduction)
 - 密度 $\rho, \rho \uparrow \Rightarrow h \uparrow$ (Carrying more energy)
 - 比热容 $c, c \uparrow \Rightarrow h \uparrow$ (Carrying more energy)
 - 动力粘度 $\mu, \mu \uparrow \Rightarrow h \downarrow$ (Viscosity slowing flowing)
 - 运动粘度 ν
 - 体膨胀系数 $\alpha, \alpha \uparrow \Rightarrow h \uparrow$ (Enhancing Natural Convection)



第五章 对流换热

10

5.1.4 微分方程式：



- 流体紧贴壁面层速度为零，只存在导热

$$q_{w,x} = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{w,x} \quad (65)$$

- 对流表面传热系数：

$$h_x = -\frac{\lambda}{T_w - T_\infty} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{w,x} \quad (66)$$

$\lambda \Leftarrow$ 热物性

$T_w - T_\infty \Leftarrow$ 温差

$\left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{w,x} \Leftarrow$ 温度场 \Leftarrow 流场

5.2 数学描述

5.2.1 连续性方程

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0 \quad (67)$$

稳态定常无压缩：

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (68)$$

5.2.2 动量守恒方程

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \mathbf{V}) + \mathbf{V} \cdot \nabla(\rho \mathbf{V}) = \rho \mathbf{f} - \nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{V} + \frac{1}{3} \mu \nabla(\nabla \cdot \mathbf{V}) \quad (69)$$

定常无压缩无扩散粘度：

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V} \right) = \rho \mathbf{f} - \nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{V} \quad (70)$$

稳态流动：

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} = 0 \quad (71)$$

仅重力场：

$$\mathbf{f} = \mathbf{g} \quad (72)$$

5.2.3 能量守恒方程：

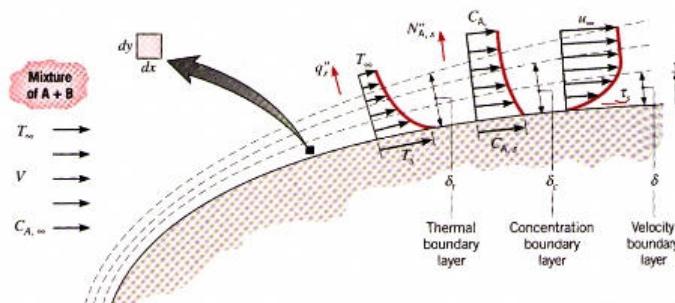
定常条件下不考虑耗散、无热源：

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla T = a \nabla^2 T \quad (73)$$

5.2.4 经典方程组（定常、无内热源、不可压缩牛顿流体）

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \\ \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V} = \mathbf{f} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{V} \\ \frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla T = a \nabla^2 T \end{cases} \quad (74)$$

5.3 边界层型对流传热问题数学描述



5.3.1 边界层分类

- **流动边界层:** 由于粘性作用, 流体流速在靠近壁面处随离壁面的距离的缩短而逐渐降低; 在贴壁处被滞止, 处于无滑移状态
- **热边界层:** 当壁面与流体间有温差时, 会产生温度梯度很大的温度边界层

5.3.2 流动边界层:

- 边界层区: 粘性主导作用, 使用 N-S 方程描述
- 主流区: 速度梯度为 0, 可视为无粘理想流体, 使用欧拉方程描述

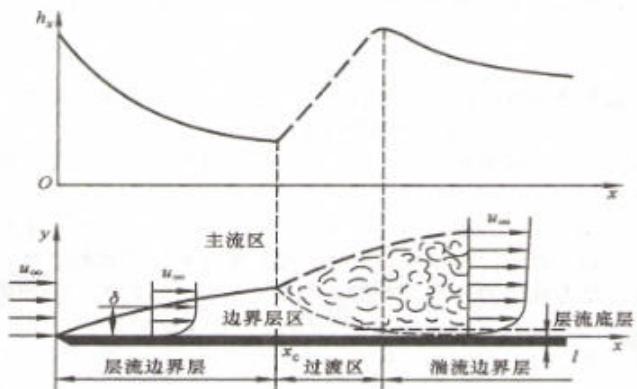


图 13: 外掠平板流动边界层形成

湍流边界层:

- 粘性底层 (层流底层): 粘性力绝对主导, 保持层流特征, 具有最大速度梯度

5.3.3 热边界层:

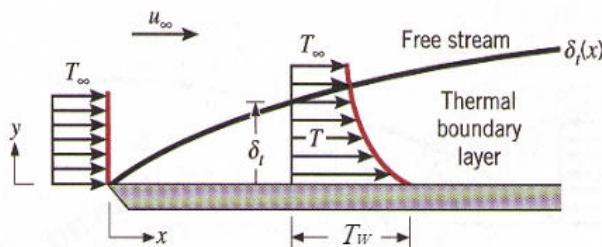
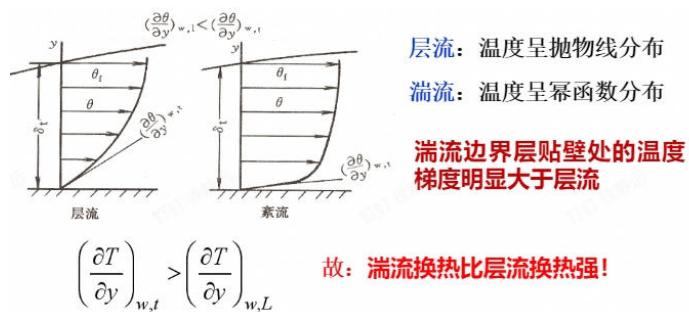


图 14: 平板热边界层



流动边界层与热边界层的关系

$$\frac{\delta_t}{\delta} \approx Pr^{-\frac{1}{3}} \quad (\text{Laminar}, 0.6 \leq Pr \leq 50) \quad (75)$$

5.3.4 边界层换热微分方程组

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \\ u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = a \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \end{cases} \quad (76)$$

其中

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = u_\infty \frac{\partial u_\infty}{\partial x} = 0 \left(\text{if } \frac{\partial u_\infty}{\partial x} = 0 \right) \quad (77)$$

5.4 流体外掠平板传热层流分析解及类比法

- 边界条件

$$\begin{cases} y = 0 : u = 0, v = 0, T = T_w \\ y = \delta : u = u_\infty, v = v_\delta, T = T_\infty \end{cases} \quad (78)$$

求解可得：

- 努塞尔数 (Nusselt Number)

$$\begin{aligned} h_x &= 0.332 \frac{\lambda}{x} \left(\frac{u_\infty x}{\nu} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\nu}{a} \right)^{\frac{1}{3}} \\ \Rightarrow \frac{h_x x}{\lambda} &= 0.332 \left(\frac{u_\infty x}{\nu} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\nu}{a} \right)^{\frac{1}{3}} = 0.332 \text{Re}_x^{\frac{1}{2}} \text{Pr}^{\frac{1}{3}} = \text{Nu}_x \end{aligned} \quad (79)$$

即

$$\text{Nu}_x = \frac{h_x x}{\lambda} \quad (80)$$

- 普朗特数 (Prandtl Number)

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{a} \quad (81)$$

物理意义：粘性系数与热扩散系数的比值 ⇒ 反映了流动边界层厚度与热边界层厚度的比值

5.4.1 类比法

湍流运动中由于脉动产生附加切应力（湍流切应力）与热量传递（湍流热流密度），具有内在联系：

$$\begin{aligned} \tau &= \tau_l + \tau_t = \rho(\nu + \nu_t) \frac{\partial u}{\partial y} \\ q &= q_l + q_t = -\rho c_p (a + a_t) \frac{\partial T}{\partial y} \end{aligned} \quad (82)$$

ν_t, a_t 分别为湍流动量扩散率（湍流黏度）与湍流热扩散率

动量与能量方程：

5.4.2 微分形式

$$\begin{aligned}
 u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= (\nu + \nu_t) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\
 u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} &= (a + a_t) \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}
 \end{aligned} \tag{83}$$

$$\begin{cases} y = 0 : u = 0 \ v = 0 \ T = T_w \\ y = \delta : u = u_\infty \ v = v_\delta \ T = T_\infty \end{cases}$$

无量纲化：

$$\begin{aligned}
 U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} &= \frac{1}{u_\infty l} (\nu + \nu_t) \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \\
 U \frac{\partial \Theta}{\partial X} + V \frac{\partial \Theta}{\partial Y} &= \frac{1}{u_\infty l} (a + a_t) \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2}
 \end{aligned} \tag{84}$$

$$\begin{cases} Y = 0 : U = 0 \ V = 0 \ \Theta = 0 \\ Y = \frac{\delta}{l} : U = 1 \ V = \frac{v_\delta}{u_\infty} \ \Theta = 1 \end{cases}$$

若 $\text{Pr} = 1$ 则有

$$\begin{aligned}
 \left. \frac{\partial U}{\partial Y} \right|_{Y=0} &= \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} \frac{l}{u_\infty} = \tau_w \frac{l}{\mu u_\infty} = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho u_\infty^2} \frac{\text{Re}}{2} = c_f \frac{\text{Re}}{2} \\
 \left. \frac{\partial \Theta}{\partial Y} \right|_{Y=0} &= \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} \frac{l}{T_\infty - T_w} = q_w \frac{l}{\lambda(T_w - T_\infty)} = \text{Nu} \\
 c_f \frac{\text{Re}}{2} &= \text{Nu}
 \end{aligned} \tag{85}$$

$$\begin{cases} \text{Pr} = 1, \text{Re}_x \leq 10^7 : \begin{cases} c_f = 0.0592 \text{Re}_x^{-\frac{1}{5}} \\ \text{Nu}_x = 0.0296 \text{Re}_x^{\frac{4}{5}} \end{cases} \\ 0.6 < \text{Pr} < 60 : \frac{c_f}{2} = \frac{\text{Nu}}{\text{RePr}^{\frac{1}{3}}} = \text{StPr}^{\frac{2}{3}} = j \end{cases} \tag{86}$$

• 斯坦顿数

$$\text{St} = \frac{\text{Nu}}{\text{RePr}} \tag{87}$$

• j 因子

5.4.3 积分形式

$$\text{Pr} = 1 \tag{88}$$

$$\begin{aligned}
 \tau_w &= \nu \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} = \nu \left. \frac{du}{dy} \right|_{y=\delta} - \int_0^\delta \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) dy \\
 &= - \int_0^\delta \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) dy
 \end{aligned} \tag{89}$$

$$v_\delta = - \int_0^\delta \frac{\partial u}{\partial x} dy \quad (90)$$

$$u_\infty v_\delta = -u_\infty \int_0^\delta \frac{\partial u}{\partial x} dy = \int_0^\delta \left(u \frac{\partial v}{\partial y} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) dy = \int_0^\delta \left(-u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) dy \quad (91)$$

$$\tau_w = \int_0^\delta (u_\infty - 2u) \frac{\partial u}{\partial x} dy = \int_0^\delta (u_\infty - u) \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial(u_\infty - u)}{\partial x} dy = \frac{d}{dx} \int_0^\delta (u_\infty - u) u dy \quad (92)$$

$$\begin{cases} \tau_w = \frac{d}{dx} \int_0^\delta (u_\infty - u) u dy \\ q_w = \frac{d}{dx} \int_0^{\delta_t} (T_\infty - T) u dy \end{cases} \quad (93)$$

5.5 量纲分析

https://en.wikipedia.org/wiki/Dimensionless_numbers_in_fluid_mechanics

6 强制对流与自然对流

6.1 对流换热的物理机制

$$\underbrace{\rho c_p \mathbf{V} \cdot \nabla T}_{\text{Source}} = k \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \Rightarrow$$

$$\int_0^{\delta_t} \rho c_p \mathbf{V} \cdot \nabla T dy = -k \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_w \Rightarrow$$

$$\text{Re}_x \text{Pr} \int_0^1 \mathbf{U} \cdot \nabla \Theta dY = \text{Nu}_x$$
(94)

6.1.1 努塞尔数及强化传热的途径

$$\text{Nu}_x = \text{Re}_x \text{Pr} \int_0^1 \mathbf{U} \cdot \nabla \Theta dY \quad (95)$$

$$\text{Nu}_x \uparrow \Leftarrow \begin{cases} \text{Re}_x \uparrow, \text{ Pr} \uparrow \\ \mathbf{U} \cdot \nabla \Theta (\text{夹角, 饱满度}) \uparrow \end{cases} \quad (96)$$

- 纯导热

$$\mathbf{U} \cdot \nabla \Theta = 0 \quad (\text{速度方向与等温线平行})$$

$$\text{Nu} = 1 \quad (97)$$

- 对流占优

$$\mathbf{U} \cdot \nabla \Theta = |\mathbf{U}| |\nabla \Theta| \quad (\text{速度方向与等温线垂直})$$

$$Nu = \frac{Re \ Pr}{1 - e^{-Re \ Pr}} \Rightarrow \begin{cases} Nu \sim Re \ Pr, \ Re \ Pr > 3 \\ Nu < 1, 0 < Re \ Pr < 3 \\ Nu \rightarrow 0, Re \ Pr \rightarrow 0 \end{cases} \quad (98)$$

可能优于纯导热，也可能弱于纯导热

6.1.2 场协同理论

$$Nu_x = Re_x \ Pr \int_0^1 \mathbf{U} \cdot \nabla \Theta \, dY \quad (99)$$

- 两个矢量场：

$$\mathbf{U}, \nabla \Theta$$

- 三个标量场：

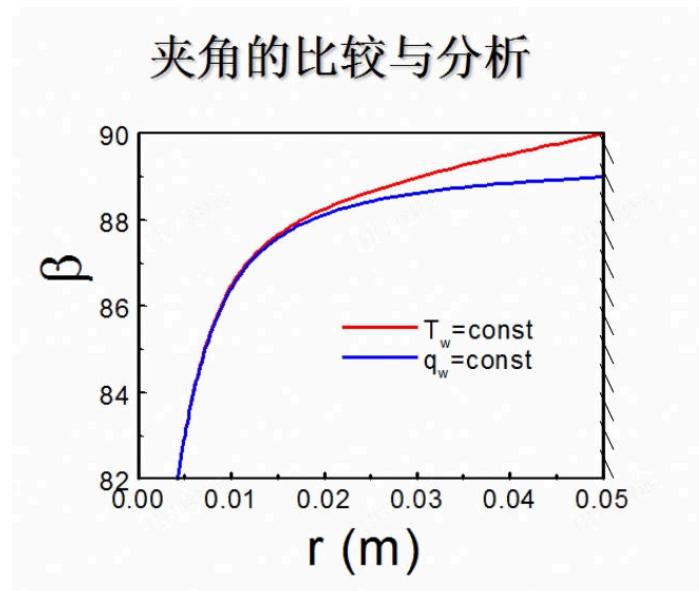
$$|\mathbf{U}|, |\nabla \Theta|, \cos \langle \mathbf{U}, \nabla \Theta \rangle \text{ (or } \cos \beta)$$

- 场协同数：

$$Fc = \frac{Nu}{Re \ Pr} = \frac{h}{\rho U_\infty c} \quad (\text{实际换热量与流动理想换热量比值}) \quad (100)$$

$Fc \rightarrow 1 \Leftrightarrow$ 完全协同

反映流场与温度场的协同程度



6.2 强制对流

6.2.1 内部强制对流

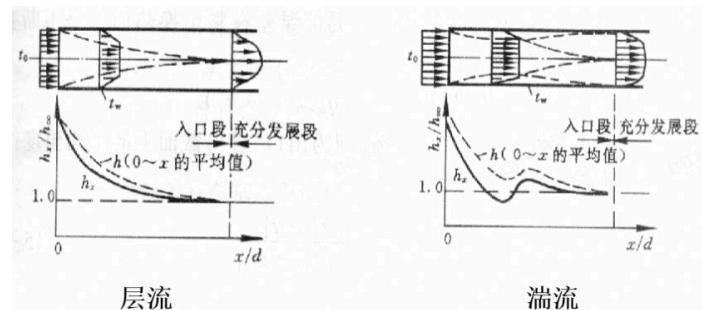
管内入口段：

- 层流：

$$\frac{l}{d} \approx \frac{l_t}{d} \approx 0.05 Re \ Pr \quad (101)$$

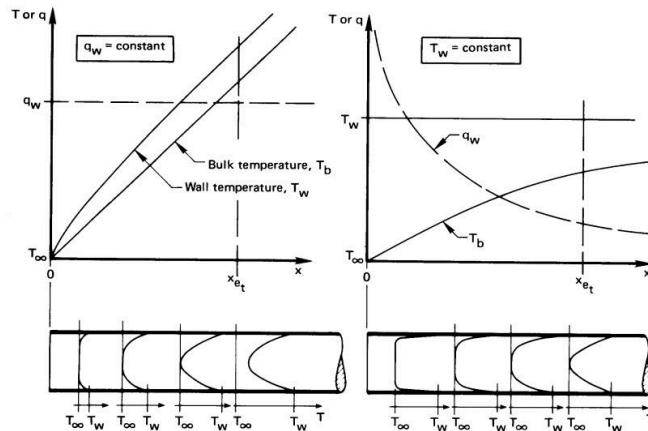
- 湍流

$$\frac{l}{d} \approx \frac{l_t}{d} \approx 60 \quad (102)$$



热边界条件

- 层流：除液态金属外，两种条件差别可忽略
- 湍流：两种边界条件下传热系数差异明显



特征值：

- 特征速度：截面平均速度
- 特征温度：截面平均温度： $T_f = \frac{\int c_p \rho T u dA}{\int c_p \rho u dA}$
- 平均温差
 - 恒热流： $\Delta T_m = T_w - T_f$
 - 恒壁温： $h_m A \Delta T_m = q_m c_p (T_{f,o} - T_{f,i}) \Rightarrow \Delta T_m = \frac{T_{f,o} - T_{f,i}}{\ln\left(\frac{T_w - T_{f,i}}{T_w - T_{f,o}}\right)}$

6.2.2 管内湍流传热实验关联式

- Dittus-Boelter 公式

实验验证范围：

$$Re_f = 10^4 \sim 1.2 \times 10^5, Pr_f = 0.7 \sim 120, \frac{l}{d} \geq 60 \quad (103)$$

$$Nu_f = 0.023 Re_f^{0.8} Pr_f^n \begin{cases} n = 0.4, & \text{heating} \\ n = 0.3, & \text{cooling} \end{cases} \quad (104)$$

- 修正公式

$$\text{Nu}_f = 0.023 \text{Re}_f^{0.8} \text{Pr}_f^n c_t \begin{cases} c_t = \begin{cases} \left(\frac{T_f}{T_w}\right)^{0.5}, & \text{heating} \\ c_t=1, & \text{cooling} \end{cases}, & \text{Gas} \\ c_t = \left(\frac{\mu_f}{\mu_w}\right)^m \begin{cases} m=0.11, & \text{heating} \\ m=0.25, & \text{cooling} \end{cases}, & \text{Liquid} \end{cases} \quad (105)$$

• Sieder-Tate 公式

实验验证范围：

$$\text{Re}_f \geq 10^4, \text{Pr}_f = 0.7 \sim 16700, \frac{l}{d} \geq 60 \quad (106)$$

$$\text{Nu}_f = 0.023 \text{Re}_f^{0.8} \text{Pr}_f^n \left(\frac{\mu_f}{\mu_w}\right)^{0.14}$$

• 米海耶夫公式

实验验证范围：

$$\text{Re}_f = 10^4 \sim 1.75 \times 10^6, \text{Pr}_f = 0.6 \sim 700, \frac{l}{d} \geq 50 \quad (107)$$

$$\text{Nu}_f = 0.023 \text{Re}_f^{0.8} \text{Pr}_f^{0.43} \left(\frac{\text{Pr}_f}{\text{Pr}_w}\right)^{0.25}$$

• 其他修正：

- 当量直径：

$$d_e = \frac{4A_c}{P} \quad (108)$$

- 入口段修正系数：

$$c_l = 1 + \left(\frac{d}{l}\right)^{0.7} \quad (109)$$

- 螺线管修正系数：

$$c_r = \begin{cases} 1 + 10.3 \left(\frac{d}{R}\right)^3, & \text{Liquid} \\ 1 + 1.77 \frac{d}{R}, & \text{Gas} \end{cases} \quad (110)$$

若 $\text{Pr} \ll 0.6$ 由光滑圆管内充分发展湍流传热准则式：

- 均匀热流边界：

$$\text{实验验证范围: } \text{Re}_f = 3.6 \times 10^3 \sim 9.05 \times 10^5, \text{Pe}_f = 10^2 \sim 10^4 \quad (111)$$

$$\text{Nu}_f = 4.82 + 0.0185 \text{Pe}_f^{0.827} \quad (112)$$

- 均匀壁温边界：

$$\text{实验验证范围: } \text{Pe}_f > 100 \quad (113)$$

$$\text{Nu}_f = 5.0 + .025 \text{Pe}_f^{0.8} \quad (114)$$

6.2.3 外部强制对流传热实验关联式

- 横掠单管
 - 圆管:

$$Nu = C Re^n Pr^{\frac{1}{3}} \quad (115)$$

◦ 非圆管: 也可用上述形式, 但C, n的值需改变

- 外掠球

$$Nu = 2 + (0.4 \mathfrak{R}^{\frac{1}{2}} + 0.06 Re^{\frac{2}{3}}) Pr^{0.4} \left(\frac{\mu_{\infty}}{\mu_w} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (116)$$

- 横掠管束

$$Nu = \varepsilon_n C Re^n Pr^{0.36} \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (117)$$

6.2.4 射流冲击传热实验关联式

6.3 自然对流

- Govern equation

$$\begin{aligned} u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \Rightarrow \\ u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= \frac{g}{\rho} (\rho_{\infty} - \rho) + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \Rightarrow \\ u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= g \beta \theta + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \end{aligned} \quad (118)$$

无量纲形式:

$$\begin{aligned} \frac{u_{\infty} l}{\nu} \left(U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} \right) &= \frac{g \beta \Delta T l^2}{\nu u_{\infty}} \Theta + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \Rightarrow \\ U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} &= \frac{Gr}{Re^2} \Theta + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \end{aligned} \quad (119)$$

- Grashof number

$$Gr = \frac{g \beta \Delta T l^3}{\nu^2} \quad (120)$$

表征浮升力与粘性力的比值

自然对流传热准则方程:

$$Nu = f(Gr, Pr) \quad (121)$$

6.3.1 大空间自然对流传热实验关联式

$$Nu = C(Gr \ Pr)^n \quad (122)$$

常热流边界:

$$Nu = B(Gr \ Nu \ Pr)^m \quad (123)$$

6.3.2 有限空间自然对流传热实验关联式

$$Nu = C(\text{Gr}_\delta \text{Pr})^n \left(\frac{H}{\delta} \right)^m \quad (124)$$

6.4 混合对流

$$\begin{cases} \frac{\text{Gr}}{\text{Re}^2} \geq 0 \Rightarrow \text{自然对流影响不能忽略} \\ \frac{\text{Gr}}{\text{Re}^2} \geq 1 \Rightarrow \text{强制对流相比自然对流可忽略} \end{cases} \quad (125)$$

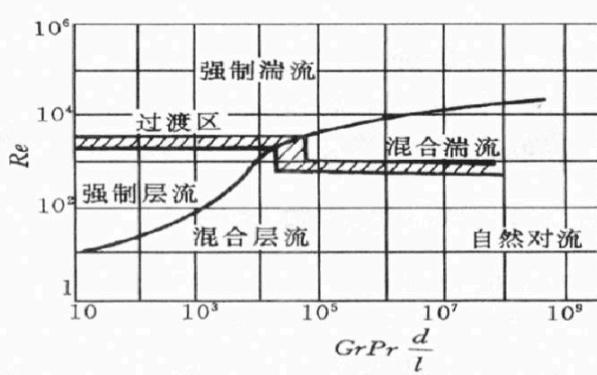


图 5-32 横管内强制、自然、混合流动区的划分

估算关联式：

$$Nu_M^n = Nu_F^n \pm Nu_N^n \quad (126)$$

两种流动方向相同时取正号，相反时取负号。 n 之值常取为 3。

7 相变传热

7.1 凝结传热

7.1.1 珠状凝结

- Young's equation

$$\sigma_{sg} - \sigma_{sl} = \sigma_{lg} \cos \theta \quad (127)$$

θ 为接触角（气液相切与固体面的夹角）
 $\begin{cases} \theta < 90^\circ \text{ 亲水表面} \\ \theta > 90^\circ \text{ 疏水表面} \end{cases}$

气液两界面压差：

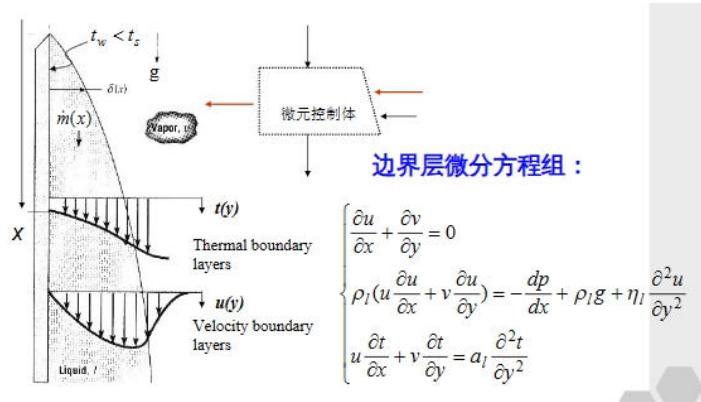
$$\Delta p = 2 \frac{\sigma_{lg}}{R} \quad (128)$$

7.1.2 膜状凝结

- Nusselt 膜状凝结理论

- 常物性
- 主流蒸气静止，无对液膜的粘滞应力
- 液膜惯性力可忽略
- 气液界面无温差
- 膜内温度分布线性（膜内无对流）
- 液膜过冷度可忽略

- 气体密度相对液体可忽略不计
- 液膜表面平整无波动



- 控制方程：

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0 \\ \mu_l \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \rho_l g &= 0 \\ \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} &= 0 \end{aligned} \tag{129}$$

- 边界条件：

$$\begin{aligned} y = 0 &\Rightarrow u = 0, T = T_w \\ y = \delta &\Rightarrow \frac{\partial u}{\partial y} = 0, T = T_s \end{aligned} \tag{130}$$

解得：

$$\begin{aligned} u &= \frac{\rho_l g}{\mu_l} \left(\delta y - \frac{1}{2} y^2 \right) \\ T &= T_w + (T_s - T_w) \frac{y}{\delta} \end{aligned} \tag{131}$$

单位截面单位时间潜热守恒：

$$dq_m r = r \frac{d}{dx} \int_0^\delta \rho_l u dy = r \left[\frac{g \rho_l^2 \delta^2 d\delta}{\mu_l} \right] = \lambda_l \frac{T_s - T_w}{\delta} dx \tag{132}$$

- 竖壁膜状凝结

$$h_V = 0.943 \left[\frac{gr \rho_l^2 \lambda_l^3}{\mu_l L(T_s - T_w)} \right]^{1/4} \tag{133}$$

修正后：

$$h_V = 1.13 \left[\frac{gr\rho_l^2\lambda_l^3}{\mu_l L(T_s - T_w)} \right]^{1/4} \quad (134)$$

- 水平管外膜状凝结

$$h_H = 0.729 \left[\frac{gr\rho_l^2\lambda_l^3}{\mu_l d(T_s - T_w)} \right]^{1/4} \quad (135)$$

- 球表面

$$h_S = 0.826 \left[\frac{gr\rho_l^2\lambda_l^3}{\mu_l d(T_s - T_w)} \right]^{1/4} \quad (136)$$

水平管与竖壁(管)传热系数比:

$$\frac{h_H}{h_V} = 0.77 \left(\frac{L}{d} \right)^{1/4} \quad (137)$$

倾斜壁面则用 $g \sin \varphi$ 代替 g

- 湍流膜状凝结

液膜特征雷诺数:

$$Re = \frac{d_e \rho \bar{u}_l}{\mu} = \frac{\frac{4A}{P} q_{m,l}}{\mu} = \frac{4\delta q_{m,l}}{\mu} = \frac{4\delta h(T_s - T_w)L}{\mu r} \quad (138)$$

水平管:

$$Re = \frac{4\delta h(T_s - T_w)\pi R}{\mu r} \quad (139)$$

整个壁面的平均表面传热系数:

$$\bar{h} = h_{lam} \frac{x_c}{l} + h_{turb} \left(1 - \frac{x_c}{l} \right) \quad (140)$$

整理得:

$$Nu = Ga^{1/3} \frac{Re}{58Pr_s^{-1/2} \left(\frac{Pr_w}{Pr_s} \right)^{1/4} (Re^{3/4} - 253) + 9200} \quad (141)$$

7.1.3 膜状凝结影响

- 不凝结气体: 分压增大冷凝的压阻 (抑制扩散传质)
- 管排数: 凝结液滴落碰撞与飞溅造成影响
- 蒸气流速: 高速蒸气会有粘滞应力, 导致液膜拉薄 ($h \uparrow$) 或增厚 ($h \downarrow$)
- 蒸气过热度: 潜热改用过热蒸气与饱和液焓差即可
- 液膜过冷度及温度分布非线性:

$$r' = r + 0.68c_p(T_s - T_w) = r(1 + 0.68Ja) \quad (142)$$

$$Ja = \frac{c_p(T_s - T_w)}{r} \quad (143)$$

Jakob 数, 衡量液膜过冷度大小(显热与潜热之比).

7.1.4 膜状凝结传热强化

- 管内强制对流冷凝传热

蒸气流速较大时, 形成环状流动 (annular flow)

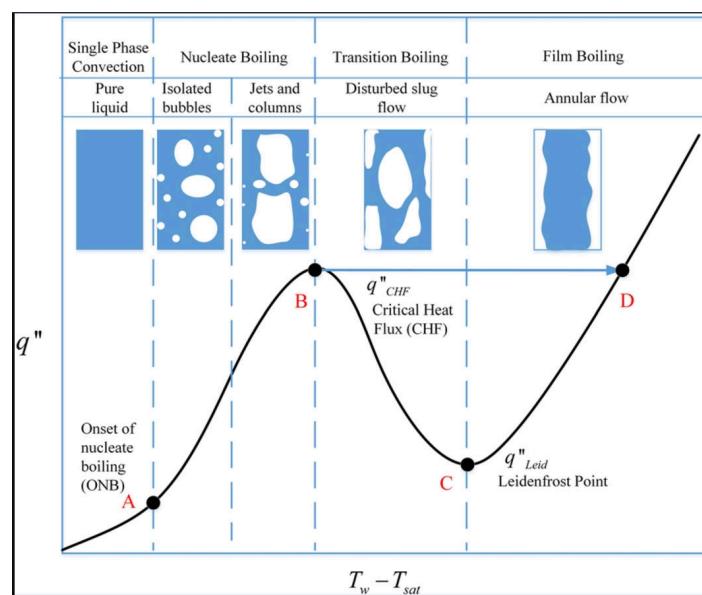
- 膜状凝结强化技术:

- 减薄液膜: 锯齿管、肋管 (表面张力降低肋峰处厚度)
- 及时排液: 排液圈、泄流板

7.2 沸腾传热

7.2.1 池沸腾 (大容器沸腾)

- 沸腾曲线——沸腾传热的基本模式



壁面过热度

$$\Delta T = T_w - T_s \quad (144)$$

- 自然对流区 $\Delta T < 4^\circ C$

- 过热液体对流至自由液面后蒸发

- 核态沸腾区

- 孤立气泡区
 - 气泡彼此互不干扰, 对液体扰动大, 换热强

- 气柱区
 - 扰动更强, 热流密度上升, 直至达到临界热流密度

- DNB 点: 沸腾危机点

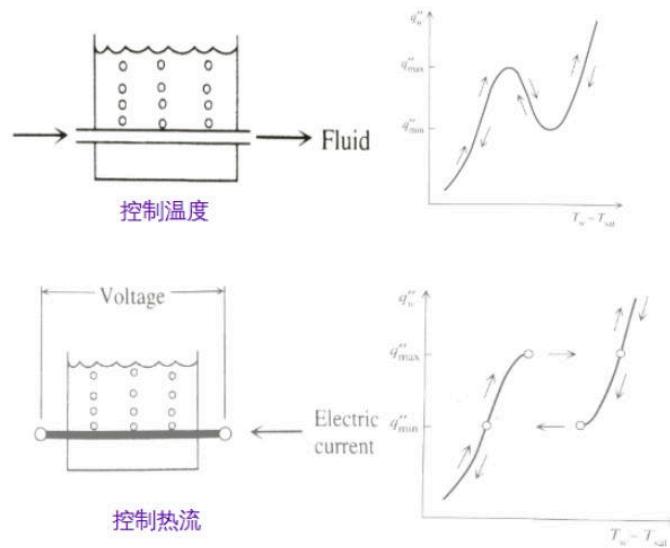
- 过度沸腾区

- 气泡迅速形成以至形成气膜, 导热系数降低

- Leidenfrost 点

- 膜态沸腾区

- 气泡形成稳定气膜，此后过热蒸汽传热，热流密度增加(对流和辐射均增加)



7.2.2 (管内) 强制对流沸腾

表 1: 坚直管内强制对流沸腾传热流动换热情况

流动类型	换热类型
单相水	单相对流换热
泡状流	过冷沸腾
块状流	液膜对流沸腾
环状流	湿蒸气换热
单相流	过热蒸气换热

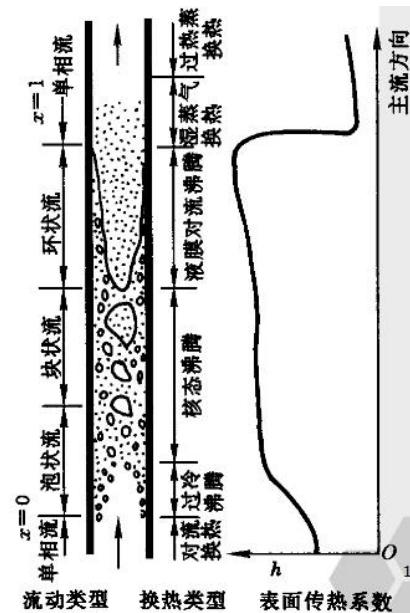
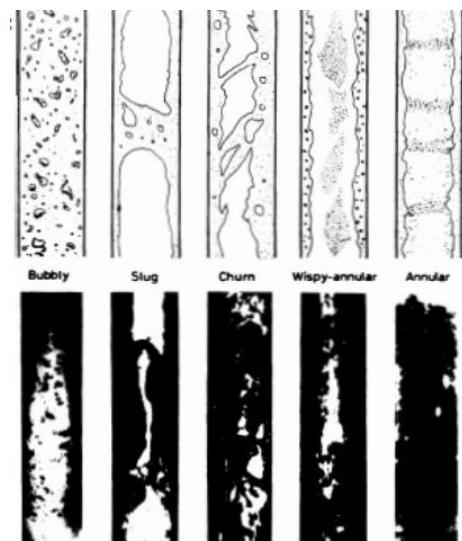
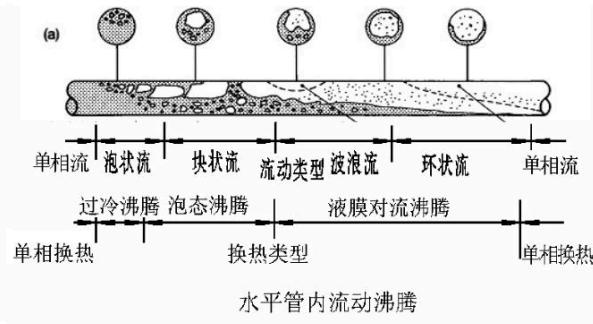


表 2: 竖直管/水平管内强制对流沸腾传热流动分类

竖直管	泡状流	弹状流	浪状流	雾-环状流	环状流	
水平管	泡状流	塞状流	分层流	波状流	弹状流	环状流

➤ 水平管内强制对流沸腾:



7.2.3 沸腾换热机理(气泡动力学)

一般认为粗糙表面微细凹缝或裂穴可能成为汽化核心

- 气泡生成必要条件:

- 加热壁面需有汽化核心

$$\begin{aligned} \pi R^2(p_v - p_l) &= 2\pi R\sigma \\ R &= \frac{2\sigma}{p_v - p_l} > 0 \\ p_v &> p_l \approx p_s \end{aligned} \tag{145}$$

- 液体需过热

$$T_l = T_v > T_s \tag{146}$$

- 气泡存在条件:

气泡半径需满足克拉伯龙方程

$$R \geq R_{\min} = \frac{2\sigma T_s}{r\rho_v(T_w - T_s)} \tag{147}$$

7.2.4 沸腾换热计算

池沸腾(核态沸腾)

- 米海耶夫公式

对水:

$$h = 0.1224\Delta T^{2.33}p^{0.5} = 0.5335q^{0.7}p^{0.15} \tag{148}$$

- Rohsenow 公式

$$\frac{c_{p,l}\Delta T}{r} = C_{w,l} \left[\frac{q}{\mu_l r} \sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho_l - \rho_v)}} \right]^{1/3} Pr_l^s \tag{149}$$

$$Ja = C_{w,l} Re^{1/3} Pr_l^s$$

$C_{w,l}$ 为取决于加热表面——液体组合的经验常数

对水: $s = 1$, 其他液体: $s = 1.7$

- Cooper 公式

$$\begin{aligned} h &= C q^{0.67} M_r^{-0.5} p_r^m (-\lg p_r)^{-0.55} \\ C &= 90 [W^{0.33} / (m^{0.66} \cdot K)] \\ m &= 0.12 - 0.21 \lg \{R_p [\mu m]\} \end{aligned} \quad (150)$$

M_r 相对分子质量, R_p 表面粗糙度(单位 μm)

- 临界热流密度(CHF)

Taylor 气膜不稳定性原理:

$$q_{\max} = \frac{\pi}{24} r \rho_v \left[\frac{\sigma g (\rho_l - \rho_v)}{\rho_v^2} \right]^{1/4} \left(\frac{\rho_l}{\rho_l + \rho_v} \right)^{1/2} \quad (151)$$

推荐公式(实际压力偏离临界压力较远时)

$$q_{\max} = 0.149 r \rho_v^{0.5} [\sigma g (\rho_l - \rho_v)]^{0.25} \quad (152)$$

考虑接触角:

$$\begin{aligned} q_{\max} &= C(\theta, \varphi) r \rho_v^{0.5} [\sigma g (\rho_l - \rho_v)]^{0.25} \\ C(\theta, \varphi) &= \frac{1 + \cos \theta}{16} \left[\frac{2}{\pi} + \frac{\pi}{4} (1 + \cos \theta) \cos \varphi \right]^{0.5} \end{aligned} \quad (153)$$

膜态沸腾

- 横管膜态沸腾(类比膜状凝结)

$$h = 0.62 \left[\frac{gr \rho_v (\rho_l - \rho_v) \lambda_v^3}{\mu_v d (T_w - T_s)} \right]^{0.25} \quad (154)$$

定性温度 $T_m = \frac{T_w + T_s}{2}$ 决定蒸气热物性

- 球面膜态沸腾

$$h = 0.67 \left[\frac{gr \rho_v (\rho_l - \rho_v) \lambda_v^3}{\mu_v d (T_w - T_s)} \right]^{0.25} \quad (155)$$

- 考虑辐射换热

$$h^{\frac{4}{3}} = h_c^{\frac{4}{3}} + h_r^{\frac{4}{3}} \quad (156)$$

7.2.5 沸腾传热的影响因素

- 不凝结气体: 溶解的不凝结气体逸出可促进壁面凹坑活化, 相同过热度下增强换热
- 过冷度: 核态沸腾起始区域: $h \sim (T_w - T_f)^{\frac{1}{4}}$, 相比饱和液换热会更强
- 重力加速度: 影响自然对流
- 沸腾表面结构: 微小凹坑易产生汽化核心
- 液位高度: 液位降低到一定值时, 表面传热系数随液位降低而升高(水常压下的临界液位约为5mm)
- 管束: 气泡上升扰动上端管道沸腾

7.2.6 沸腾换热强化

- 液体: 加入表面活性剂 → 降低表面张力, 使气泡更易产生; 纳米流体(微尺度沸腾传热)
- 加热面改造: 腐蚀表面获取更多汽化核心点
- 降膜蒸发
- 热管

8 辐射传热

8.1 基本概念

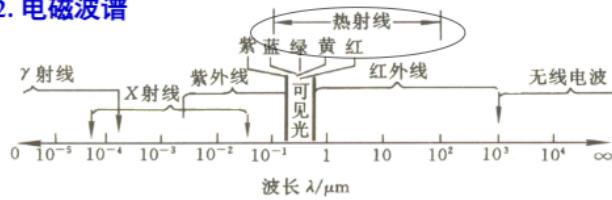
- 定义:

由热运动产生的表现为电磁波形式的能量

- 特点:

- 高于 0 K 的任何物体均会向空间发出辐射
- 无需介质
- 伴随电磁能-热能转变
- 强烈方向性
- 辐射能量 ~ 波长、温度
- 发射辐射满足四次方定律

2. 电磁波谱



不同波长波段的应用: 可见光: 0.38~0.76 μm ; 太阳辐射 0.2~2 μm
 远红外加热 (25 μm), 微波加热 (1mm~1m), 热射线: 0.1~100 μm

- 物体表面对电磁波的作用

$$Q = Q_\alpha + Q_\rho + Q_\tau \Rightarrow \frac{Q_\alpha}{Q} + \frac{Q_\rho}{Q} + \frac{Q_\tau}{Q} = 1 \quad (157)$$

$$\alpha + \rho + \tau \quad (158)$$

- 吸收比 (absorbiuity) : α
- 反射比 (reflectivity) : ρ
- 透射比 (transmissivity) : τ

金属/大多数固体和液体: 一般 $\tau = 0, \alpha + \rho = 1$ 不含颗粒气体: $\rho = 0, \alpha + \tau = 1$ 黑体: $\alpha = 1$ 镜体或白体: $\rho = 1$ 透明体: $\tau = 1$

- 固体反射分类 (取决于粗糙程度)
 - 镜反射
 - 漫反射
- 黑体模型——能吸收到投入其面上的所有热辐射能 ($\alpha = 1$) 的理想模型

8.2 黑体辐射基本定律

- 辐射力 E

单位时间内，物体单位表面积向半球空间发射的所有波长的能量总和

- 光谱辐射力 E_λ

单位时间内，单位波长范围内，物体的单位表面积向半球空间发射的能量

$$E = \int_0^\infty E_\lambda d\lambda \quad (159)$$

- 黑体辐射力 E_b

- 黑体光谱辐射力 $E_{b\lambda}$

- 投入辐射 G

单位时间内投射到表面的单位体积上的总辐射能

- 有效辐射 J

单位时间内离开表面的单位面积上的总辐射能($\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$)：包括物体表面自身辐射力与其对投入辐射力的反射部分($e+r$)

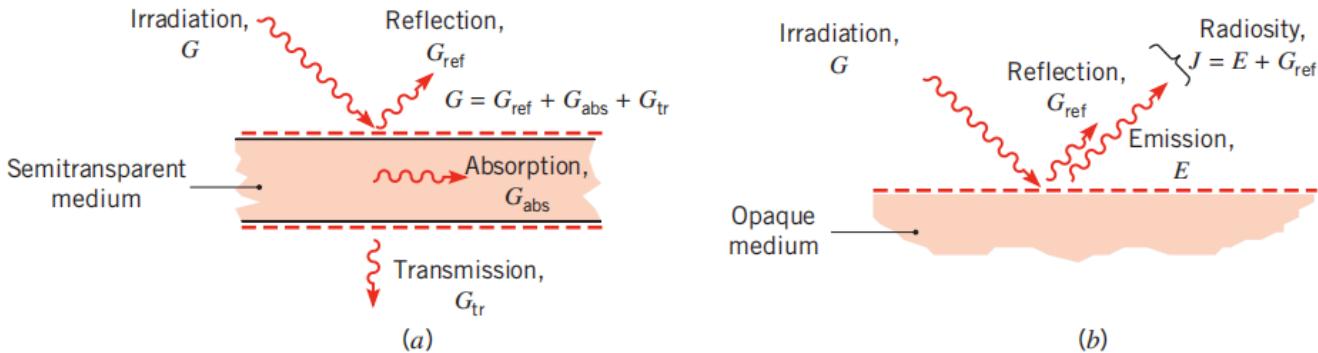
$$J = E + \rho G \quad (160)$$

- 净辐射换热量 q

$$q = J - G \quad (161)$$

对于不透明介固体：

$$q = E - \alpha G \quad (162)$$



- Stefan-Boltzmann 定律（适用于远场辐射）

$$E_b = \sigma T^4 = C_0 \left(\left(\frac{T}{100} \right)^4 \right) \quad (163)$$

$$\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4), \quad C_0 = 5.67 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$$

Stefan-Boltzmann 常数 σ , 黑体辐射系数 C_0

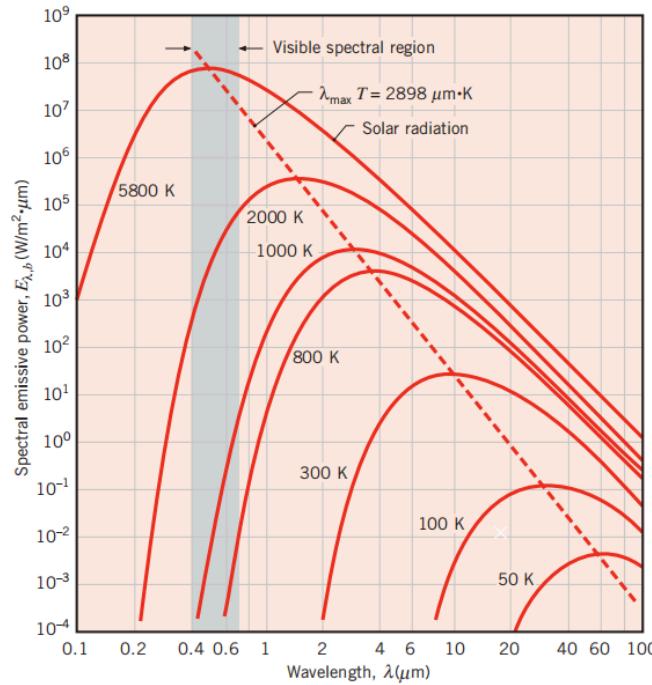
- Planck 定律

$$E_{b\lambda} = \frac{c_1 \lambda^{-5}}{e^{c_2/(\lambda T)} - 1} \quad (164)$$

第一辐射常数 $c_1 = 3.742 \times 10^{-16} \text{ W} \cdot \text{m}^2$, 第二辐射常数 $c_2 = 1.4388 \times 10^{-2} \text{ W} \cdot \text{K}$

- Wien 位移定律

$$\lambda_m T = 2.8976 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K} \quad (165)$$



$$E_b = \int E_{b\lambda} d\lambda = \int \frac{c_1 \lambda^{-5}}{e^{c_2/(\lambda T)} - 1} d\lambda \quad (166)$$

- 黑体辐射函数

$$F_{b(0-\lambda)} = \frac{E_{b(0-\lambda)}}{E_b} = \frac{\int_0^\lambda E_{b\lambda} d\lambda}{\sigma T^4} = f(\lambda T) \quad (167)$$

$$F_{b(\lambda_1-\lambda_2)} = f(\lambda_2 T) - f(\lambda_1 T) \quad (168)$$

- Lambert 定律

- 立体角：

$$\Omega = \frac{A_c}{r^2} \quad (169)$$

- 经度角 φ
- 纬度角 θ

$$dA_c = r d\theta r \sin \theta d\varphi \quad (170)$$

$$d\Omega = \frac{dA_c}{r^2} = \sin \theta d\theta d\varphi \quad (171)$$

- 定向辐射强度

$$\frac{d\Phi}{d\Omega dA \cos \theta} = I \quad (172)$$

$$E_b = \int_{\Omega=2\pi} \frac{d\Phi}{dA} = I_b \int_{\Omega=2\pi} \cos \theta d\Omega = I_b \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \theta \cos \theta d\theta = \pi I_b \quad (173)$$

8.3 实际物体辐射特性

- 实际物体的辐射力

$$E = \varepsilon E_b = \varepsilon \sigma T^4 = \varepsilon C_0 \left(\frac{T}{100} \right)^4 \quad (174)$$

- 发射率（黑度）

$$\varepsilon = \frac{E}{E_b} \quad (175)$$

- 光谱发射率

$$\varepsilon_\lambda = \frac{E_\lambda}{E_{b\lambda}} \quad (176)$$

$$\varepsilon = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda E_{b\lambda} d\lambda}{\sigma T^4} \quad (177)$$

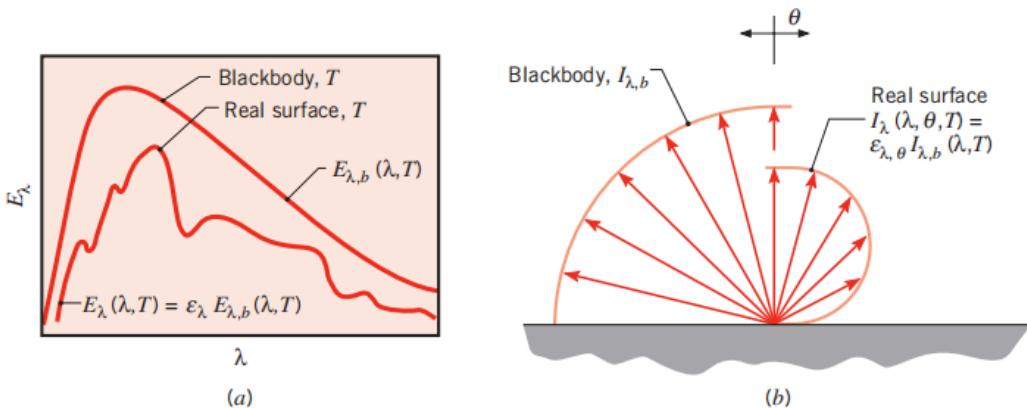
- 方向光谱发射率

$$\varepsilon_{\theta\lambda} = \frac{I_{\theta\lambda}}{I_{b\lambda}} \quad (178)$$

- 方向总发射率

$$\varepsilon_\theta = \frac{I_\theta}{I_b} = \frac{\int_0^\infty I_{\theta\lambda} d\lambda}{\int_0^\infty I_{b\lambda} d\lambda} \quad (179)$$

$$\varepsilon = \frac{\int_{\Omega=2\pi} \varepsilon_\theta I_b \cos \theta d\Omega}{\pi I_b} = \frac{\int_{\Omega=2\pi} \varepsilon_\theta \cos \theta d\Omega}{\pi} \quad (180)$$



- 漫反射：表面方向发射率与方向无关

$$\varepsilon = M \varepsilon_n \quad (181)$$

8.4 实际物体吸收特性

- 选择性吸收与吸收比：

$$\alpha = \frac{G_{abs}}{G} \quad (182)$$

- 光谱吸收比

$$\alpha_\lambda = \frac{G_{\lambda, \text{abs}}}{G_\lambda} \quad (183)$$

$$\alpha_1 = \frac{\int_0^\infty \alpha_{\lambda,1} \varepsilon_{\lambda,2} E_{b\lambda,2} d\lambda}{\int_0^\infty \varepsilon_{\lambda,2} E_{b\lambda,2} d\lambda} \quad (184)$$

- 漫射表面/漫射体：定向发射率与方向无关
- 灰体：光谱吸收比与波长无关
- 漫灰体：漫射体+灰体
- 白体：镜面
- Kirchhoff 定律

无条件情况下，方向光谱发射比与方向光谱吸收比恒等

$$\varepsilon_{\theta\lambda} = \alpha_{\theta\lambda} \quad (185)$$

漫射表面的光谱发射比与光谱吸收比恒等

$$\varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda \quad (186)$$

与黑体辐射处于热平衡的所有物体 或 漫灰表面

$$\varepsilon = \alpha \quad (187)$$

9 辐射传热计算

9.1 辐射传热角系数

- 假设：两者均为漫反射表面；辐射热流密度均匀
- 表面 1 对表面 2 的角系数：表面 1 有效辐射 J_1 转化为表面 2 上投入辐射 G_2 的百分数

$$X_{1,2} = \frac{G_2 A_2}{J_1 A_1} \quad (188)$$

- 表面 2 对表面 1 的角系数：表面 2 有效辐射 J_2 转化为表面 1 上投入辐射 G_1 的百分数

$$X_{2,1} = \frac{G_1 A_1}{J_2 A_2} \quad (189)$$

- 性质：
 - 相对性：

$$\begin{aligned} X_{d1,d2} dA_1 &= X_{d2,d1} dA_2 \\ X_{1,2} A_1 &= X_{2,1} A_2 \end{aligned} \quad (190)$$

- 完整性：

$$\sum_{i=1}^n X_{1,i} = 1 \quad (191)$$

- 非凹面时 $X_{1,1} = 0$ ，凹面时 $X_{1,1} \neq 0$
- 可加性：

$$X_{1,2} = \sum_{i=1}^n X_{1,2i} \quad (192)$$

$$\begin{aligned} G_2 A_2 &= \int dq_{1-2} = \int \int_{\Omega=2\pi} I_{e+r,1} \cos \theta_1 d\Omega_{2\text{to}1} dA_1 = I_{e+r,1} \iint \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{r^2} dA_1 dA_2 \\ &= J_1 \iint \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{\pi r^2} dA_1 dA_2 \end{aligned} \quad (193)$$

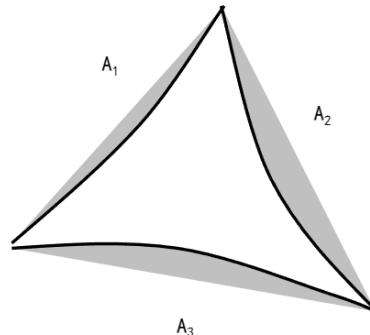
$$X_{1,2} = \frac{1}{A_1} \iint \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{\pi r^2} dA_1 dA_2 \quad (194)$$

$$X_{2,1} = \frac{1}{A_2} \iint \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{\pi r^2} dA_1 dA_2$$

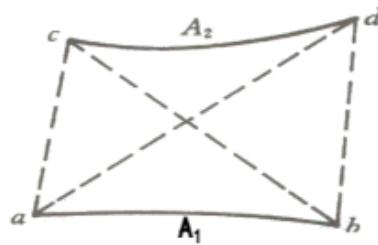
$$X_{d1,d2} = \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{\pi r^2} dA_2 \quad (195)$$

$$X_{d2,d1} = \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{\pi r^2} dA_1$$

• 几何简化



$$\begin{aligned} X_{1,2} &= \frac{A_1 + A_2 - A_3}{2A_1} \\ X_{1,3} &= \frac{A_1 + A_3 - A_2}{2A_1} \\ X_{2,3} &= \frac{A_2 + A_3 - A_1}{2A_2} \end{aligned} \quad (196)$$



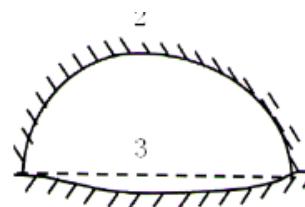
$$X_{1,2} = \frac{\text{交叉线之和} - \text{不交叉线之和}}{2 \times \text{表面 } A_1 \text{ 的断面长度}} \quad (197)$$

(3) 两个凹表面组成的封闭系统。

加一假想辅助面3则根据角系数完整性，可得

$$X_{1,1} + X_{1,2} = X_{1,1} + X_{1,3} \Rightarrow X_{1,2} = X_{1,3}$$

$$X_{1,3} = \frac{A_3}{A_1} X_{3,1} = \frac{A_3}{A_1} \Rightarrow X_{1,2} = \frac{A_3}{A_1} \quad X_{2,1} = \frac{A_1}{A_2} X_{1,2} = \frac{A_1}{A_2}$$



■计算技巧

- 利用分析方法的前提是系统一定是封闭的，如果不封闭可以通过做假想面的途径，令其封闭；
- 增加辅助虚构面帮助分析，注意辅助面的出现不能使系统辐射能量分布发生变化，辅助面法也称“张弦法”。

9.2 两表面封闭系统的辐射换热

9.2.1 漫灰体表面

$$\Phi_{1,2} = q_1 A_1 = A_1 (J_1 - G_1) = A_1 (\varepsilon_1 E_{b1} - \alpha_1 G_1)$$

$$J_1 = E_{b1} - \left(\frac{1}{\varepsilon_1} - 1 \right) q_1$$

$$q_1 = \frac{E_{b1} - J_1}{\frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1}} \quad (198)$$

$$\Phi_{1,2} = \frac{E_{b1} - J_1}{\frac{1 - \varepsilon_1}{A_1 \varepsilon_1}}$$

9.2.2 黑体表面

$$\Phi_{1,2} = \frac{E_{b1} - J_1}{\frac{1 - \varepsilon_1}{A_1 \varepsilon_1}} = \frac{0}{0} = \text{const} \Rightarrow J_1 = E_{b1}, \varepsilon_1 = 1 \quad (199)$$

9.2.3 重辐射表面（辐射绝热表面）

$$\Phi_{1,2} = \frac{E_{b1} - J_1}{\frac{1 - \varepsilon_1}{A_1 \varepsilon_1}} = 0 \Rightarrow J_1 = E_{b1} \quad (200)$$

- 温度可视为黑体
- 能量可视为白体

9.2.4 两黑体表面封闭腔

$$\Phi_{1,2} = A_1 J_1 X_{1,2} - A_2 J_2 X_{2,1} = A_1 X_{1,2} (E_{b1} - E_{b2})$$

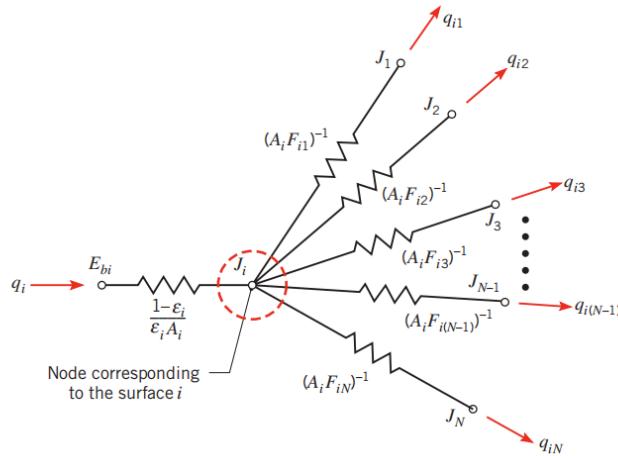
$$= \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\frac{1}{A_1 X_{1,2}}} \quad (201)$$

9.2.5 两表面封闭腔

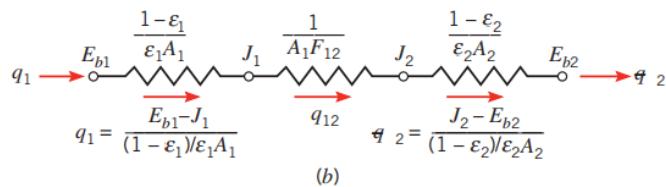
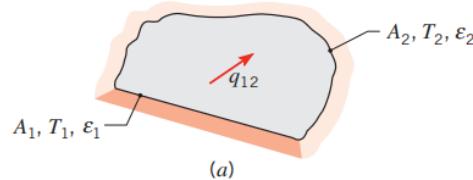
$$\Phi_{1,2} = A_1 J_1 X_{1,2} - A_2 J_2 X_{2,1} = A_1 X_{1,2} (J_1 - J_2)$$

$$= \frac{J_1 - J_2}{\frac{1}{A_1 X_{1,2}}} \quad (202)$$

9.3 热电比拟



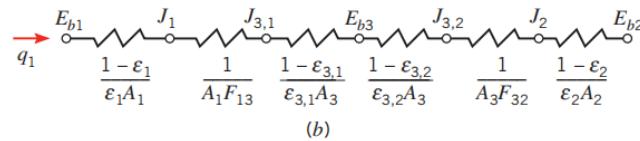
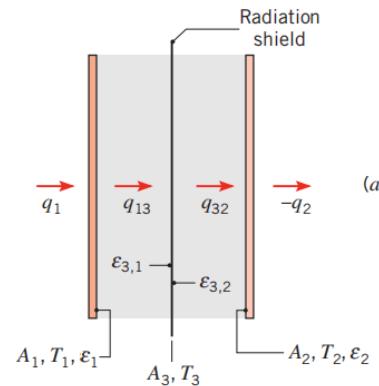
$$\Phi_i = \frac{E_{bi} - J_i}{\frac{1 - ε_i}{A_i ε_i}} = \sum_j^N \frac{J_i - J_j}{\frac{1}{A_i X_{i,j}}} = \frac{E_{bi} - J_N}{\frac{1 - ε_i}{A_i ε_i} + \sum_i^N \frac{1}{A_i X_{i,j}}} \quad (203)$$



$$\begin{aligned} \Phi_{1,2} &= \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\frac{1 - ε_1}{A_1 ε_1} + \frac{1}{A_1 X_{1,2}} + \frac{1 - ε_2}{A_2 ε_2}} \\ &= \frac{A_1 X_{1,2} (E_{b1} - E_{b2})}{X_{1,2} \frac{1 - ε_1}{ε_1} + 1 + X_{2,1} \frac{1 - ε_2}{ε_2}} = ε_s A_1 X_{1,2} (E_{b1} - E_{b2}) \end{aligned} \quad (204)$$

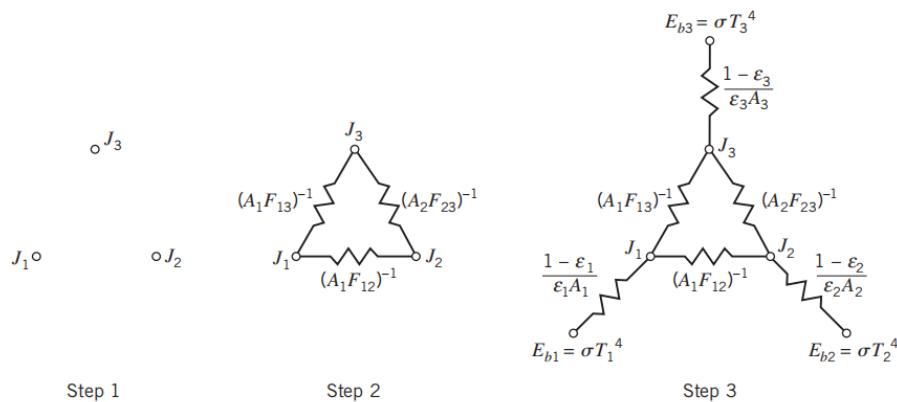
系统发射率/黑度 $ε_s$

9.3.1 遮热板

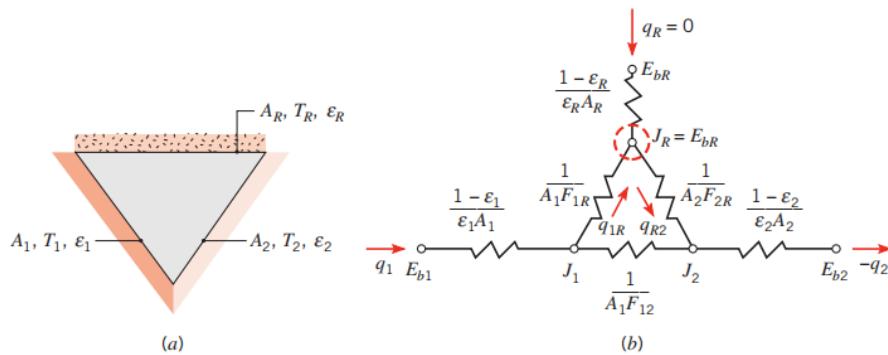


9.3.2 三表面凸封闭腔

- 正常三表面凸封闭腔



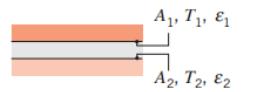
- 其中一表面为重辐射面或黑体表面



黑体相当于分支短路（三元）；重辐射面相当于分支断路（简化为二元）

9.3.3 其他特例

Large (Infinite) Parallel Planes

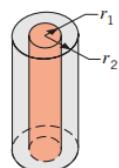


$$A_1 = A_2 = A$$

$$F_{12} = 1$$

$$q_{12} = \frac{A\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}$$

Long (Infinite) Concentric Cylinders

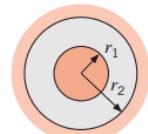


$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_1}{r_2}$$

$$F_{12} = 1$$

$$q_{12} = \frac{\sigma A_1(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2} \left(\frac{r_1}{r_2} \right)}$$

Concentric Spheres

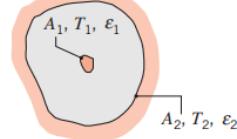


$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2}$$

$$F_{12} = 1$$

$$q_{12} = \frac{\sigma A_1(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2} \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2}$$

Small Convex Object in a Large Cavity



$$\frac{A_1}{A_2} \approx 0$$

$$F_{12} = 1$$

$$q_{12} = \sigma A_1 \varepsilon_1 (T_1^4 - T_2^4)$$

9.4 气体辐射

- 对波长具有选择性
- 不能看成灰体
- 辐射和吸收光谱不同
- 具有体积辐射特性

9.4.1 气体吸收定律

- Beers 定律

$$\frac{dI_{\lambda,x}}{I_{\lambda,x}} = -k_{\lambda} dx, \quad k_{\lambda} \text{ 光谱减弱系数} \quad (205)$$

$$I_{\lambda,s} = I_{\lambda,0} e^{-k_{\lambda}s}, \quad s \text{ 气体平均射线行程长}$$

$$\tau_{\lambda}(T, ps) = e^{-k_{\lambda}s} \quad (206)$$

$$\alpha_{\lambda}(T, ps) = \varepsilon_{\lambda}(T, ps) = 1 - e^{-k_{\lambda}s}$$

$$s \approx 3.6 \frac{V}{A} \quad (207)$$

9.4.2 气体辐射率与吸收比

- 气体总发射率

$$\varepsilon_g = \frac{E_g}{E_b} = \frac{\int_0^{\infty} (1 - e^{-k_{\lambda}s} E_{b\lambda} d\lambda)}{\sigma T_g^4} \quad (208)$$

- 水蒸气二氧化碳混合气体

$$\begin{aligned}\varepsilon_g &= \varepsilon_w + \varepsilon_c - \Delta\varepsilon \\ \alpha_g &= \alpha_w + \alpha_c - \Delta\alpha\end{aligned}\tag{209}$$

9.4.3 气体辐射换热计算

- 黑体包壳

$$q = \varepsilon_g E_{b,g} - \alpha_g E_{b,w}\tag{210}$$

- 两无限大平板

- 气体定温——看作黑体表面
- 气体不定温——看作重辐射表面

气体与表面之间热阻: $\frac{1}{A_1 X_{1,g} \varepsilon_g}$, $\frac{1}{A_2 X_{2,g} \varepsilon_g}$, 表面与表面之间热阻 $\frac{1}{A_1 X_{1,2} (1 - \varepsilon_g)}$

气体与表面:

$$\begin{aligned}\Phi_{g,1} &= A_1 X_{1,g} (J_g - J_1) = A_1 X_{1,g} (J_g - G_g) = A_1 X_{1,g} (\varepsilon_g E_{bg} + \tau_g G_g - G_g) \\ &= A_1 X_1 (\varepsilon_g E_{bg} - \alpha_g J_1) = \frac{E_{bg} - J_1}{A_1 X_{1,g} \varepsilon_g}\end{aligned}\tag{211}$$

表面与表面:

$$\Phi_{1,2} = A_1 X_{1,2} J_1 \tau_g - A_2 X_{2,1} J_2 \tau_g = A_1 X_{1,2} \tau_g (J_1 - J_2) = \frac{J_1 - J_2}{A_1 X_{1,2} (1 - \varepsilon_g)}\tag{212}$$

9.5 综合传热

- 多层平行板:

热稳态下热阻可简化为

$$R = \frac{1}{\sum_i^{N-1} \left(\frac{1}{\varepsilon_i} + \frac{1}{\varepsilon_{i+1}} - 1 \right)}\tag{213}$$

- 热电偶:

热电偶结点 1 热平衡方程

$$h_1 (T_f - T_1) = \varepsilon_1 \sigma (T_1^4 - T_w^4) = q_r\tag{214}$$

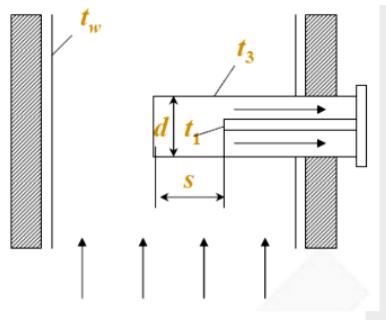
测量绝对误差:

$$\Delta T = T_f - T_1 = \frac{q_r}{h_1}\tag{215}$$

采用遮热罩式热电偶可减小 q_r , 抽气式热电偶可增大 h_1

- 遮热罩热电偶

$$\begin{aligned}h_1 (T_F - T_1) &= \varepsilon_1 \sigma (T_1^4 - T_3^4) \\ h_3 (T_f - T_3) &= \varepsilon_3 \sigma (T_3^4 - T_w^4)\end{aligned}\tag{216}$$



- 同时考虑辐射与对流
 - 单相

$$h = h_c + h_r \quad (217)$$

- 膜态沸腾

$$h^{\frac{4}{3}} = h_c^{\frac{4}{3}} + h_r^{\frac{4}{3}} \quad (218)$$

$$h_r = \frac{\Phi_r}{A(T_w - T_f)} \quad (219)$$

10 传热过程分析与换热器的热计算

10.1 传热过程分析与计算

10.1.1 平壁传热

$$k = \frac{1}{\frac{1}{h_1} + \sum_i^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{h_2}} \quad (220)$$

10.1.2 圆筒壁

- 管外侧为基准

$$k = \frac{1}{\frac{1}{h_1} \frac{d_o}{d_i} + \frac{d_o}{2\lambda} \ln \frac{d_o}{d_i} + \frac{1}{h_o}} \quad (221)$$

- 管内侧为基准

$$k = \frac{1}{\frac{1}{h_1} + \frac{d_i}{2\lambda} \ln \frac{d_o}{d_i} + \frac{1}{h_o} \frac{d_i}{d_o}} \quad (222)$$

10.1.3 带保温层圆筒/圆管

$$\Phi = \frac{\pi l (T_{fo} - T_{fi})}{\frac{1}{h_i d_i} + \frac{1}{2\lambda_1} \ln \left(\frac{d_m}{d_i} \right) + \frac{1}{2\lambda_2} \ln \left(\frac{d_o}{d_m} \right) + \frac{1}{h_o d_o}} \quad (223)$$

在 $d_o = \frac{2\lambda_2}{h_2} = d_{cr}$ 有传热极大值

10.1.4 肋壁

- 肋侧为基准

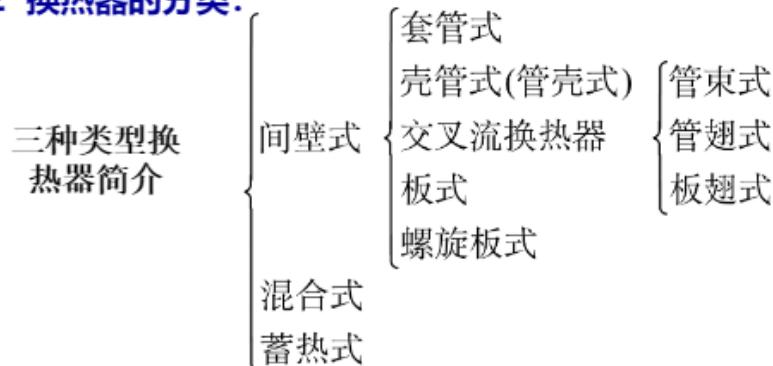
$$k = \frac{1}{\frac{1}{h_i} \frac{A_o}{A_i} \frac{\delta}{\lambda} \frac{A_o}{A_i} + \frac{1}{h_o \eta_o}}, \quad \eta_o = \frac{A_1 + \eta_f A_2}{A_o} \text{(肋面效率)}, \quad \eta_f \text{(肋效率)} \quad (224)$$

- 光侧表面为基准

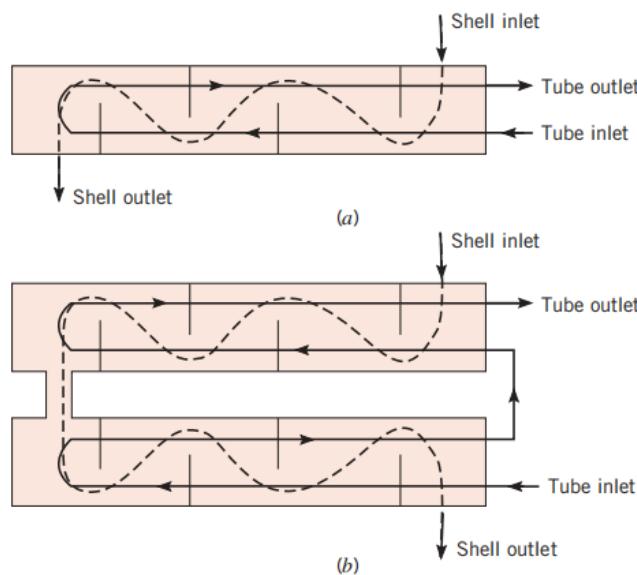
$$k = \frac{1}{\frac{1}{h_i} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{A_i}{h_o \eta_o A_o}} = \frac{1}{\frac{1}{h_i} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{h_o \eta_o \beta}}, \quad \beta = \frac{A_o}{A_i} \text{(肋化系数)} \quad (225)$$

10.2 换热器

2 换热器的分类:



- 套管式
 - ▶ 顺流
 - ▶ 逆流
- 管壳式
 - ▶ 壳程
 - ▶ 管程



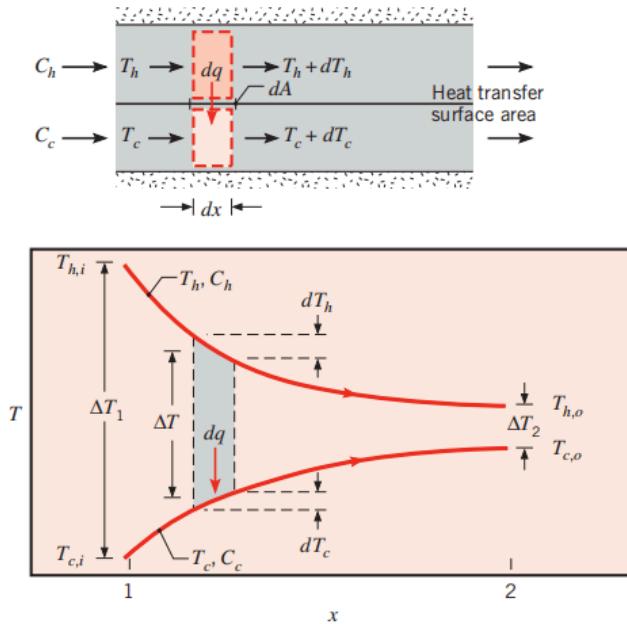
1-2型与2-4型管壳式换热器

- 带污垢热阻的换热器

$$k = \frac{1}{\frac{1}{h_i A_i} + r_i \frac{A_o}{A_i} + r_w \frac{A_o}{A_i} + r_o \frac{1}{\eta_o} + \frac{1}{h_o \eta_o}} \quad (226)$$

10.3 平均传热温差

- 顺流



$$d\Phi = k \Delta T dA \quad (227)$$

$$d\Phi = -q_{m1} c_{p1} dT_1 = q_{m2} c_{p2} dT_2 \quad (228)$$

$$\mu = \left(\frac{1}{q_{m1} c_{p1}} + \frac{1}{q_{m2} c_{p2}} \right) \quad (229)$$

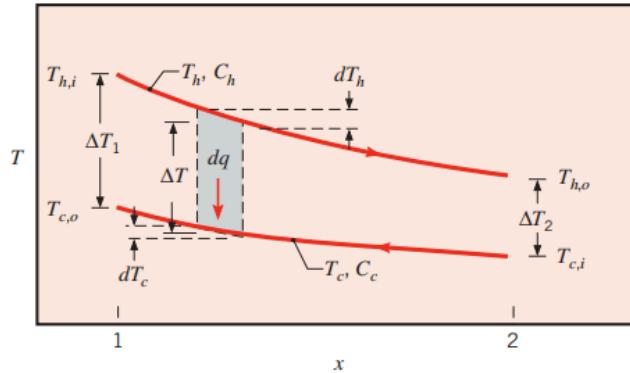
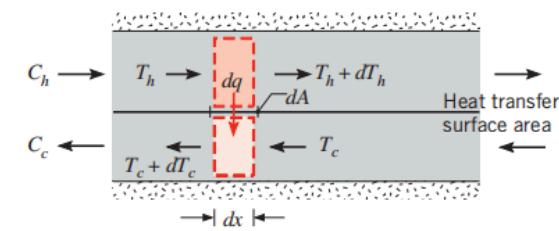
$$d(\Delta T) = - \left(\frac{1}{q_{m1} c_{p1}} + \frac{1}{q_{m2} c_{p2}} \right) d\Phi = -\mu d\Phi \quad (230)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta T}{\Delta T} &= -\mu k dA \\ \Delta T &= \Delta T' e^{-\mu k A(x)} \end{aligned} \quad (231)$$

$$-\mu k A = \ln \Delta T'' - \ln \Delta T'$$

$$\Delta T_m = \frac{\Delta T' - \Delta T''}{\ln \Delta T' - \ln \Delta T''} \quad (232)$$

- 逆流



$$d\Phi = -q_{m1}c_{p1}dT_1 = -q_{m2}c_{p2}dT_2 \quad (233)$$

$$\mu = \left(\frac{1}{q_{m1}c_{p1}} - \frac{1}{q_{m2}c_{p2}} \right) \quad (234)$$

$$d(\Delta T) = - \left(\frac{1}{q_{m1}c_{p1}} - \frac{1}{q_{m2}c_{p2}} \right) d\Phi = -\mu d\Phi \quad (235)$$

$$\begin{aligned} \Delta T &= \Delta T' e^{-\mu k A(x)} \\ -\mu k A &= \ln \Delta T'' - \ln \Delta T' \end{aligned} \quad (236)$$

$$\Delta T_m = \frac{\Delta T' - \Delta T''}{\ln \Delta T' - \ln \Delta T''} \quad (237)$$

- 凹凸性分析：

顺流时： $\mu > 0$ 故 ΔT_m 随 A 增大而减小，若 $A = 0$ 处为流体进口，则热流体下凹，冷流体上凸（凹凸性相反）

逆流时：

$q_h c_h > q_c c_c$ 时， $\mu < 0$ ，故 ΔT_m 随 A 增大而增大。若 $A = 0$ 处为热流体进口，则两流体均上凸；若 $A = 0$ 处为冷流体进口，则两流体均下凹

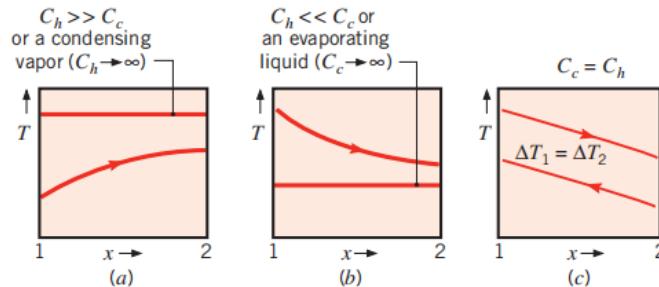
$q_h c_h < q_c c_c$ 时， $\mu > 0$ ，故 ΔT_m 随 A 增大而减小。若 $A = 0$ 处为热流体进口，则两流体均下凹；若 $A = 0$ 处为冷流体进口，则两流体均上凸

- 其他复杂布置（注意壳程和管程）

$$\begin{aligned} \Delta T_m &= \varphi(\Delta T_m)_{ctf} \quad (\text{ctf 代表逆流对数平均温差}) \\ \varphi &= \varphi(P, R) \end{aligned} \quad (238)$$

- $$P = \frac{T_c'' - T_c'}{T_h' - T_c'} \text{ 理论温升比}$$

$$R = \frac{T_h' - T_h''}{T_c'' - T_c'} = \frac{q_{mc}c_{pc}}{q_{mh}c_{ph}} \text{ 最大热容比}$$
(239)



10.4 间壁式换热器的热计算

八个未知量： $q_{mh}c_h, q_{mc}c_c, A, k, \Phi$ 及 T_h', T_h'', T_c', T_c'' 中的三个

- 换热器效能

$$\varepsilon = \frac{q}{q_{\max}} = \frac{C_h(T_h' - T_h'')}{C_{\min}(T_h' - T_c')} = \frac{C_c(T_c'' - T_c')}{C_{\min}(T_h' - T_c')} = \frac{|T' - T''|_{\max}}{T_h' - T_c'} \quad (240)$$

- 热容比

$$C_r = \frac{C_{\min}}{C_{\max}} = \frac{|T' - T''|_{\min}}{|T' - T''|_{\max}} \quad (241)$$

- 顺流

$$\begin{aligned} \Delta T' - \Delta T'' &= \varepsilon(T_h' - T_c') + C_r |T' - T''|_{\max} \\ &= \varepsilon(1 + C_r)(T_h' - T_c') = \varepsilon(1 + C_r)\Delta T' \end{aligned} \quad (242)$$

$$\begin{aligned} 1 - \frac{\Delta T''}{\Delta T'} &= \varepsilon(1 + C_r) \\ \frac{\Delta T''}{\Delta T'} &= e^{-\mu k A} \end{aligned} \quad (243)$$

$$\varepsilon = \frac{1 - \exp(-\mu k A)}{1 + C_r} \quad (244)$$

$$\varepsilon = \frac{1 - \exp\left(-\frac{kA}{C_{\min}}(1 + C_r)\right)}{1 + C_r} = \frac{1 - \exp[-\text{NTU} (1 + C_r)]}{1 + C_r} \quad (245)$$

- 逆流

$$\varepsilon = \frac{1 - \exp[-\text{NTU} (1 - C_r)]}{1 - C_r \exp[-\text{NTU} (1 - C_r)]} \quad (246)$$

- 相变

$$C_r = 0, \varepsilon = 1 - \exp[-\text{NTU}] \quad (247)$$

- 等热容
 - 顺流

$$\varepsilon = \frac{1 - \exp[-2\text{NTU}]}{2} \quad (248)$$

- 逆流

$$\varepsilon = \frac{\text{NTU}}{1 + \text{NTU}} \quad (249)$$

10.4.1 设计计算

给定 $q_{mh}c_h, q_{mc}c_c$ 及进出口温度中的三个，求 A 和 k

- 平均温差法

- 定方案确定 k
- 由

$$\Phi = q_{mh}c_h(T'_h - T''_h) = q_{mc}c_c(T''_c - T'_c) \quad (250)$$

确定待定温度

- 计算平均温差 ΔT_m
- 由

$$\Phi = kA\Delta T_m \quad (251)$$

核验阻力

- 若阻力过大则重新设计

- 效能-传热单元数法

- 由已知条件计算 ε 求 NTU
- 偏差较大则重新设计

10.4.2 校核计算

给定 $A, q_{mh}c_h, q_{mc}c_c$ 及两个进口温度，求两个出口温度

- 平均温差法

- 假设 1 流体出口温度，计算另一流体出口温度
- 计算平均温差 ΔT_m
- 计算 k
- 由

$$\Phi = kA\Delta T_m \quad (252)$$

计算 Φ_t

- 由

$$\Phi = q_{mh}c_h(T'_h - T''_h) = q_{mc}c_c(T''_c - T'_c) \quad (253)$$

计算 Φ_b

- 比较 Φ_t 和 Φ_b ，偏差小则设计合理，否则重新取温度直到满足精度要求

- 效能-传热单元数法

- 假设 1 流体出口温度，计算另一流体出口温度
- 计算定性温度，计算 k

- 计算 NTU，计算 ϵ
- 计算 Φ_t 与 Φ_b
- 比较 Φ_t 和 Φ_b ，偏差小则设计合理，否则重新取温度直到满足精度要求

效能-传热单元数法相较平均温差法校核敏感性更小

10.5 强化与削弱传热

10.5.1 无源技术（被动）

- 涂层表面
- 粗糙表面
- 扩展表面
- 扰流元件
- 涡流发生器
- 螺旋管
- 添加物
- 射流冲击换热

10.5.2 有源技术（主动）

- 机械搅拌
- 表面振动
- 流体振动
- 电磁场作用促进混合
- 喷/吸流体

10.5.3 热阻分离法

威尔逊图解法：

- 作初热阻-某物理量的线性图
- 作运行一段时间后热阻-某物理量的线性图
- 截距差即为污垢热阻

10.5.4 隔热保温技术

- 保温效率

$$\eta = \frac{\Phi_0 - \Phi_x}{\Phi_0} \quad (254)$$

Φ_0 裸管散热量， Φ_x 加装保温材料后散热量